



Dynamique de phase et solitons dissipatifs dans des lasers à semiconducteurs

François Gustave

► To cite this version:

François Gustave. Dynamique de phase et solitons dissipatifs dans des lasers à semiconducteurs. Autre [cond-mat.other]. Université Nice Sophia Antipolis, 2016. Français. NNT : 2016NICE4003 . tel-01316450

HAL Id: tel-01316450

<https://theses.hal.science/tel-01316450>

Submitted on 17 May 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ NICE SOPHIA ANTIPOLIS - UFR Sciences

Ecole Doctorale

Sciences Fondamentales et Appliquées

THÈSE

pour obtenir le titre de

Docteur en Sciences

de l'Université Nice Sophia Antipolis

Discipline : PHYSIQUE

présentée et soutenue par

François GUSTAVE

Dynamique de phase et solitons dissipatifs dans des lasers à semi-conducteur

Thèse dirigée par Stéphane BARLAND soutenue le 12 Février 2016 devant le

jury composé de :

Pr. Guy MILLOT	- Rapporteur
Pr. German DE VALCARCEL	- Rapporteur
Pr. Thorsten ACKEMANN	- Examineur
Pr. Franco PRATI	- Examineur
Pr. Stéphane RANDOUX	- Examineur
Pr. Sergei TURITSYN	- Examineur
Dr. Stéphane BARLAND	- Directeur

Remerciements

Alors que le jour se lève et que les oiseaux se réveillent juste, chantant les premiers sons du matin, le petit bonhomme ouvre les yeux :

– Quel jour ? quelle heure ? S’interroge-t-il. Il se passe quelque chose...

Sans même avoir le temps de prendre une inspiration, le voilà debout devant la fenêtre, les yeux écarquillés, observant les rayons de soleil qui se glissent entre les feuilles des arbres et illuminent tout le sous-bois. Une sensation étrange parcourt tout son corps, et il se met à sautiller d’excitation en se disant :

– Mais j’ai pourtant terminé, c’est fini, je suis libéré ! Il inspire.

La raison n’y faisant rien, le petit bonhomme ne cesse de sentir monter en lui ce petit chose qui le démange et l’empêche de se calmer. Après un temps, il se retourne puis attrape un pantalon, enfle un pull, met ses chaussures et sort dans la forêt pour y respirer de l’air frais.

Après avoir passé tant de temps à accomplir sa tâche et y dédier toute son énergie, le brouillard s’éclaircit peu à peu et il retrouve son esprit :

– Je dois partir immédiatement pour retrouver ceux qui m’ont soutenu et poussé à le faire, ceux qui m’ont fait rire, ceux qui m’ont appris et ont cru en moi. Ma mission n’est pas terminée ! Elle le sera une fois toutes ces personnes remerciées...

C’est ainsi qu’il part, se lance dans l’aventure, prêt à tout pour accomplir cette nouvelle tâche.

Après une bonne heure de marche, il sort de la forêt, puis rejoint rapidement le littoral. En grimpant sur une petite butte, il aperçoit le port des aventuriers, dans lequel des capitaines du monde entier se ressourcent après avoir traversé les mers les plus déchaînées. Il part aussitôt en dévalant la pente pour s’y rendre. Quand il arrive sur le port, il rejoint la panne 19, et s’immobilise devant le bateau nommé *Morpho*. C’est le bateau du directeur, capitaine Stéphane, docteur Barland, assis sur le pont, une manille à la main :

– Salut Stéphane, lance-t-il, j’ai peu de temps mais je viens ici pour te remercier ! Tu as été le chef motivant, me poussant à comprendre et à développer ma volonté de réussir tout en m’offrant les moyens de le faire. Je n’oublierai pas les discussions scientifiques acharnées, les fous rires, les apéros, et les régates sur *Morpho*. Merci, transmet mes amitiés à Marco, Carlo et Giovanna. A bientôt, je reviendrai !

Le temps d’un signe de main, le voilà reparti, courant vers de nouveaux horizons...

Tout en longeant une plage de sable fin, il lève les yeux et reconnaît au loin la forme d’une montgolfière. Dès lors qu’il se rapproche suffisamment pour voir

se dessiner des silhouettes, il reconnaît un groupe de personnages :

– Eh, attendez !! Ne partez pas sans moi !

Il se met à courir à toute vitesse et identifie tour à tour les visages de Jean-Daniel, Jean-Charles, Christian, Arnaud, Lysianne, François Régis, Isabelle et Nathalie, puis attrape un cordage lui permettant de s'envoler avec la nacelle qui s'élève déjà à quelques mètres au dessus du sol. Accroché d'une main, la deuxième en porte-voix, il crie :

– Merci à vous... sans votre aide ça n'aurait pas marché ! Je vous laisse maintenant en toute tranquillité, amusez-vous bieeeennnnn !

Il lâche la corde et se laisse tomber dans les airs tout en saluant ses collègues étonnés. La joie qu'il ressent s'estompe doucement alors qu'il réalise que le sol se rapproche, il ferme les yeux, et tombe miraculeusement sur le dos d'un gigantesque oiseau des mers. Il s'accroche, ouvre à nouveau les yeux, et le temps de quelques battements d'ailes, le voilà haut dans le ciel au milieu des nuages.

– Cher oiseau, amène moi vers ce relief, là-bas, demande-t-il tout en pointant du doigt la direction à l'incroyable créature qui le transporte.

D'un mouvement de tête, l'oiseau acquiesce et se dirige à toute vitesse au travers des nuages blancs, boules de cotons, sources de rêves et d'illusions...

Lorsqu'ils entament la descente, la vue se dégage et le petit bonhomme commence à distinguer le relief. Il aperçoit un gros rocher qui surplombe une rivière dont l'eau vive serpente au milieu des sapins. L'oiseau le dépose sur le rocher, et repart aussitôt.

– Je vais longer la rivière pour descendre jusqu'au *lac des sciences*, je suis sûr de les retrouver là-bas, dit-t-il en pensant à ses copains physiciens qui l'ont entouré tout au long de son apprentissage des sciences. Une rafale de vent souffle, le déstabilise, et il tombe du rocher directement dans la rivière. Après avoir sorti la tête de l'eau, il regarde autour de lui et attrape immédiatement un rondin de bois sur lequel il grimpe pour s'extraire de l'eau agitée. Une branche à la main, le voilà équipé pour dévaler les remous et chutes d'eau qui l'attendent.

Quelques kilomètres passent et voilà que la rivière se calme, débouchant bientôt dans ce fameux lac, lieu de connaissance et de réflexion. Il est midi, les grillades sont en route, odorant ainsi toute la jolie prairie d'herbe verte qui entoure l'eau. En voyant l'agitation et la bonne humeur qui règne sur la berge, il s'empresse de sortir de l'eau pour saluer tout le monde.

– Salut !! Je voulais vous voir, content que vous soyez tous réunis ici.

Revigoré par cette séance en eau vive, il commence à blaguer, discuter et remercier tous les copains présents. Il voit ainsi Bruno, Simona, Edouard, Mathias (Marconi), Mathias (Alberto), Margherita, Xavier, Tao, Abdoulaye, Thibaut, Patrice, Cristina, Guillaume, Fred, Taha, Ali, Samir, Michèle,

Djeylan, Laurent, Aurélien, et bien d'autres personnages des laboratoires. Puis il passe un moment avec Martin, Vince, Démis, Amandine, Gabriel, Guillaume (tchaaaao) qui étaient avec lui au début, sur les bancs de la fac.

De manger, boire et s'amuser, le temps semble s'être arrêté, mais sa mission n'est pas terminée. Il réalise soudainement et s'exprime à haute voix pour interpeller toute l'assemblée :

– Je dois y aller, poursuivre mon chemin. Merci à tous, et amusez vous !

Il reprend sa course, s'éloignant du lac, en empruntant un petit sentier en direction de la grande falaise de tous les défis. Une fois arrivé au pied de ce grand mur de pierre, il ferme les yeux et se concentre en pensant à ce qui l'attendait. Il se met à grimper la paroi en s'agrippant et s'efforçant de progresser, avec une seule volonté, rejoindre *le chalet de l'amitié* qui se trouve tout en haut, où ses amis les plus chers se retrouvent régulièrement pour festoyer. Une fois arrivé au petit chalet, il ouvre la vieille porte en bois, entre, et se laisse rapidement emporté par l'ambiance festive nourrie de musique, de joie et de gaieté.

– Je vous tiens ! Bande de joyeux troubadours, vous qui ne cessez d'animer mes pensées, lance-t-il sur un air improvisé.

Il se mêle au groupe, puis commence à danser et chanter sur les notes balkaniques sortant des guitares, accordéons, violons et percussions endiablées.

– Je ne saurais jamais comment vous remercier pour tout ce que vous avez fait, mais buvons un coup, rigolons, et amusons nous de la vie.

Sur ce, il s'éclipse discrètement du chalet, gardant à l'esprit que sa mission n'est pas terminée. Une fois dehors, il regarde quelques instants le soleil qui descend lentement sur l'horizon, et s'en va. Après toutes ces épreuves et les émotions vécues dans la journée, il continue à ressentir le besoin de traverser monts et marées pour retrouver ses proches. Alors que l'heure avance et que la fatigue commence à le gagner, il trouve une idée merveilleuse :

– Je vais demander à tous les animaux de la forêt de m'aider à rassembler toute ma famille en les invitant ce soir à dîner à la maison.

Mais il savait très bien qu'il n'arriverait pas tout seul à convaincre tous les animaux et qu'il n'avait pas assez de temps. Il décide d'unir ses forces à celles des *Charivariens*, les clowns-compteurs-comédiens, avec qui l'esprit de la forêt sait communier. Tout en descendant la montagne d'un pas décidé, il chantonne valses et bourrées et se laisse entraîner vers une petite vallée menant au bois où il trouvera ses compagnons de scène.

Les voilà tous réunis en cercle, les bras levés vers la cime des arbres, opérant une fois de plus une mise en scène tenant presque du mystique. L'énergie qui se dégage du groupe est si forte que tous les animaux de la forêt sentent l'appel des *Charivariens* et se lancent dans une quête commune : rassembler toute la famille du petit bonhomme. Ainsi les écureuils, lièvres, chevaux,

oiseaux, loups, mulots et autres rongeurs s'éparpillent rapidement en partant dans toutes les directions dans un spectaculaire charivari.

– Merci les amis, prenez soin de vous et à très bientôt.

Le petit bonhomme monte sur un cheval et ils partent tous deux au galop pour rentrer chez lui retrouver toute sa famille. Bien que le parcours soit long et fastidieux, il ressent en lui une motivation jamais égalée en pensant à son retour au foyer, comme poussé par une chose impalpable qu'il ne peut contrôler.

Une fois la nuit tombée, il débarque au beau milieu du bois, près de la petite maisonnette enchantée. Il saute de sa monture et tombe sur ses deux pieds. Dans le grand champ qui jouxte son foyer, est établi un feu majestueux autour duquel tous les membres de sa famille sont réunis. Du doyen jusqu'au plus petit, ils sont installés tout autour du feu telle une cérémonie, entourés par l'ensemble des animaux, eux aussi conviés à la soirée.

Il monte sur une chaise, au centre, à côté du feu, et commence son discours :
– C'est grâce à vous tous si je suis devenu qui je suis, et que je peux choisir de faire et de penser. Je pense à mes parents, qui m'ont éduqué dans le respect des autres et m'ont appris à faire mes propres choix pour aller où je souhaite, et mener ma vie comme bon me semble. A mes soeurs, qui ont su me montrer les bons et mauvais côtés de la liberté pour en faire bon usage. A mes grands-parents, oncles, tantes, cousins et tous les membres de cette famille qui participent à renforcer cette idée que c'est en vivant soudés que l'on accomplit le bon au détriment du mauvais. Merci d'être là, d'être comme vous êtes...

Il respire quelques seconde, et dirige son regard vers la jeune femme qui tient dans ses bras un petit bébé, et dont la beauté inconditionnelle ne saurait lui échapper.

– Et toi Alice, je te remercie pour le soutien permanent et le bonheur que tu m'apportes, me donnant l'impression d'être l'homme le plus heureux du monde. Je te remercie pour ta capacité à rendre la vie plus belle chaque jour, et pour la mère fantastique que tu es...

A Valentin, mon bébé, et à nos aventures futures.

François

Abstract

Phase dynamics and dissipative solitons in semiconductor lasers

I - Introduction

Dissipative solitons (DS) are self-localized states that appear in spatially extended systems where energy losses is compensated by an energy input. Up to now, all the DS that have been observed in optical systems can be cast in two categories, depending on the absence or presence of an external forcing, *i.e.* presence or lack of phase symmetry. In forced systems, the solitons will be locked to the forcing, whereas without forcing, the solitons will choose an arbitrary phase that can wander in the course of time. In both cases, the physical mechanism used to describe the formation of DS is the interplay between diffraction (or dispersion) and self phase modulation caused by the medium nonlinearity.

The research presented in this thesis is aimed at understanding how synchronization processes can give rise to the formation of self-localized states in semiconductor lasers. To answer this question, we study two experimental systems for which the spatial extension takes place along the propagation dimension, but fundamentally differ from the absence or presence of an external forcing.

II - Dynamics of a cavity soliton laser

In the chapter II, we study the dynamics of cavity solitons appearing in the transverse plane of a broad area VCSEL submitted to a frequency selective feedback [Tanguy 2008a]. In previous researches, these cavity solitons have been predicted and experimentally observed, as bistable localized states in a 2D (transverse) space. Due the intrinsic longitudinal extension given by the feedback, these objects live in 3D space and can therefore develop different kind of structures along the propagation dimension, like sustained oscillations or self-pulsation in transients [Tanguy 2008b, Genevet 2009]. In order to study how such (spatial) dissipative solitons can either have a chaotic or regular temporal behavior, we concentrate on the dynamics of a single cavity soliton.

By means of a spectral detection added to a real time detection, we explore the different dynamical regimes by mapping the regions in the parameter space where the soliton is stable. Experimentally, we control the temperature and the pumping current, both acting on the gain and the detuning between the gain and the feedback cavity resonances. Doing so, we obtain sequences of single-mode or multi-mode operations inside the bistability loop. In the multi-mode case, the emitted frequencies correspond to the longitudinal modes of the external cavity, and the output intensity present different behaviors depending on the relative phase

of these modes.

For some regions of parameters, we observe very regular pulsing regimes that we interpret as mode-locking. Although only few modes are involved in the dynamics, the phase synchronization of these modes appears very clearly by observing the narrowing of mode beat-notes in the power spectrum. We then report on the first observation of fundamental (one pulse per round-trip) and harmonic (two pulses) mode-locking regimes, both coexisting with the 'off' state. In the harmonic mode-locking regime, a timing jitter analysis between the two pulses seems to show a form of independence of the pulses. As mode-locked solutions in longitudinally extended (fiber) lasers have been interpreted as a formation mechanism of temporal dissipative solitons [Grelu 2012], we believe that the mode-locking of cavity solitons is a step forward to obtain tridimensional localization of light : *light bullets*.

III - Phase dynamics and extreme events

In the third chapter, we study a different experimental system, based on a highly multimode semiconductor ring laser forced by a coherent optical injection. The ring laser is built on a one meter long cavity enclosing a semiconductor optical amplifier, acting as gain medium. The cavity is set to operate on unidirectional and single transverse mode emission, thus reducing the system to a injected laser whose spatial extension takes place along the propagation.

Whereas lasers with injected signal have been well studied in the spatial (transverse) case, the temporal studies are mainly concentrated on the single longitudinal mode case. As the multimode character brings several issues in terms of theoretical predictions and numerical simulations, an experimental exploration of such systems is needed. The injected ring laser experiment hosts a huge amount of different complex dynamical regimes (due to its high dimensionality), and represents a good candidate for the statistical analysis of out of equilibrium systems.

We set up a real time detection allowing to follow both intensity and phase dynamics of the system, with high resolution and over very long time-scales (compared to the slowest physical time scale : the field lifetime). By adjusting the injection power and detuning between the injection frequency and the ring cavity resonances, that are the main parameters, we are able to travel between full synchronization (injection locking) and fully disordered regimes. After the presentation of an extended characterization of the system, we present dynamical regimes that are common to lasers with injected signal without spatial extension. We then explore the instabilities that develop when we go out of the injection locked region, giving rise to much complex behaviors. For small injection power and detuning, we observe regimes for which the locked state coexist in space with a turbulent state. This coexistence is intrinsically due to the (longitudinal) spatial extension of the system, and allows fronts propagation whose velocities are related to the relative stability of the two states [Coullet 2002]. The turbulent state being characterized by a disordered phase dynamics, unbounded trajectories can be trapped while the locked state invades the whole space, thus forming localized

states constituted by 2π phase rotations, as discussed in chapter IV.

After a review of interesting regimes, we present a statistical analysis in order to get a global point of view on the system's behavior, and look more in details on a specific regime for which high amplitude pulses are accompanied by 2π phase rotations, "*chiral rogue waves*", and propose a prediction method based on both phase and intensity alerts.

IV - Dissipative phase solitons

The chapter IV is dedicated to the study of dissipative phase solitons that form in the optical phase inside the injected multi-mode ring laser.

Contrarily to all the dissipative solitons observed in optical systems that form in the intensity of the electric field, we report on the first observation of solitons that are intrinsically phase objects. The phase solitons are constituted by 2π phase excursions embedded in the locked state. We interpret them as the result of a commensurate/incommensurate transition appearing in out of equilibrium systems when the forcing periodicity is slightly detuned from the natural frequency of the system [Coullet 1986]. In our laser, the phase symmetry is broken by the external forcing, but the resulting dissipative phase solitons are not locked in phase to the injection, as opposed to spatial [Barland 2002] and temporal [Leo 2010] cavity solitons.

We experimentally measure the evolution of the relative phase between the system and the injection, allowing very clear identification of a unique, and oriented, phase trajectory in the complex plane of the electric field. The existence of a single sign of the phase rotations shows that the system suffer from a lack of parity symmetry. The chiral charge (number of rotations) carried by the solitons can be higher than one, and we found that their velocity is reduced with an increasing charge. When multiple solitons coexist in the cavity, they present a rich variety of interactions like repulsion, clustering and particle-like behaviors.

A set of Maxwell-Bloch equations taking into account the specificities of the experiment (cavity geometry, semiconductor medium) has been developed and reproduces very nicely the results. A reduction of the full model to a single equation for the electric field have been derived, and takes the form of a forced complex Ginzburg-Landau equation, thus relating our solitons to the wide class of solutions common to forced oscillators, and taking its origin in the Sine-Gordon equation. Although the reduced model has a broken $x/ - x$ symmetry, it is not sufficient to destabilize one of the two signs of the chiral charge. We therefore conclude that the main mechanism for chiral selection lies in the noninstantaneous medium dynamics, that heavily breaks the symmetry in propagative systems.

KEY-WORDS : Nonlinear dynamics, semiconductor lasers, synchronization, dissipative solitons, mode-locking, dissipative phase solitons, cavity solitons

Table des matières

1	Introduction	1
1.1	Du pendule au laser multi-mode	2
1.1.1	L'oscillateur forcé	3
1.1.2	Synchronisation d'oscillateurs couplés	4
1.1.2.1	Modèle de Kuramoto	4
1.1.2.2	Equation de Ginzburg Landau complexe	5
1.1.2.3	Oscillateurs forcés	7
1.1.3	Symétries et chiralité	9
1.2	Formation d'états localisés dissipatifs en optique	12
1.2.1	Systèmes forcés	12
1.2.1.1	Localisation spatiale	12
1.2.1.2	Localisation temporelle	14
1.2.2	Systèmes non forcés	15
1.2.2.1	Localisation spatiale	15
1.2.2.2	Localisation temporelle	16
1.3	Contenu	17
2	Dynamique dans un laser à solitons de cavité	21
2.1	Contexte et motivations	21
2.2	Dispositif expérimental : laser à solitons de cavité	22
2.2.1	Expérience réalisée	22
2.2.2	Système de détection	23
2.2.3	Bistabilité optique et solitons de cavité	25
2.3	Dynamique complexe de solitons de cavité	28
2.3.1	Analyse spectrale et dynamique multi-mode	28
2.3.2	Exemples de dynamique complexe	30
2.4	Verrouillage de modes : vers la localisation 3D ?	35
2.4.1	Verrouillage de modes fondamental	37
2.4.2	Verrouillage de modes harmonique et formes d'indépendance	40
2.5	Conclusion	42
3	Dynamique de phase et évènements extrêmes	45
3.1	Introduction	46
3.2	Laser à semi-conducteur fortement multi-mode	46
3.2.1	Configuration expérimentale	47
3.2.2	Caractéristiques du laser en anneau	49
3.2.3	Diagrammes spatio-temporels et mesure de phase	52
3.2.4	Contrôle des paramètres physiques	55
3.2.5	Forçage : injection cohérente externe	58
3.3	Dynamique et phénomènes de synchronisation	61

3.3.1	Dynamique sans forçage	61
3.3.2	Régimes connus des oscillateurs non linéaires forcés	63
3.3.2.1	Accrochage en phase au forçage	63
3.3.2.2	Solutions périodiques	65
3.3.3	Complexité spatio-temporelle	65
3.3.3.1	Zoologie de la dynamique	66
3.3.3.2	Dynamique de van der Pol–Fitzhugh–Nagumo	69
3.3.3.3	Instabilités	71
3.3.4	Multi-stabilité spatio-temporelle	73
3.3.4.1	Coexistence d'états accrochés et décrochés	74
3.3.4.2	Discussion sur la brisure de symétrie $z/ - z$	77
3.4	Analyse statistique et événements extrêmes	77
3.4.1	Etude systématique : point de vue statistique sur un système de grande dimension	78
3.4.2	Événements extrêmes et dynamique de phase	82
3.4.2.1	Observations	82
3.4.2.2	Prédiction d'événements extrêmes à deux observables	85
3.5	Conclusion	88
4	Solitons de phase dissipatifs	91
4.1	Motivations et observations expérimentales	91
4.2	Des structures localisées chirales	93
4.2.1	Caractéristiques des solitons mono-charge	94
4.2.2	Solitons à charge multiple	96
4.2.3	Origine des solitons observés	98
4.3	Modèles numériques	100
4.3.1	Equations de Maxwell-Bloch pour lasers à semi-conducteurs	100
4.3.1.1	Description du modèle	100
4.3.1.2	Solitons chiraux et synchronisation	102
4.3.2	Equation de Ginzburg-Landau complexe forcée	104
4.3.2.1	Réduction du modèle complet	104
4.3.2.2	Solitons chiraux	105
4.3.2.3	Vitesse de propagation	108
4.3.2.4	Interaction entre solitons de charge différente	109
4.3.2.5	Structures localisées accrochées au forçage	112
4.4	Interactions et dynamique de solitons de phase	115
4.4.1	Collisions entre structures cohérentes et incohérentes	116
4.4.2	Interactions entre solitons	117
4.4.3	Génération spontanée de solitons	122
4.5	Conclusion	124
5	Conclusion	127
A	Diagrammes spatio-temporels	131

Table des matières	xiii
--------------------	------

Bibliographie	135
---------------	-----

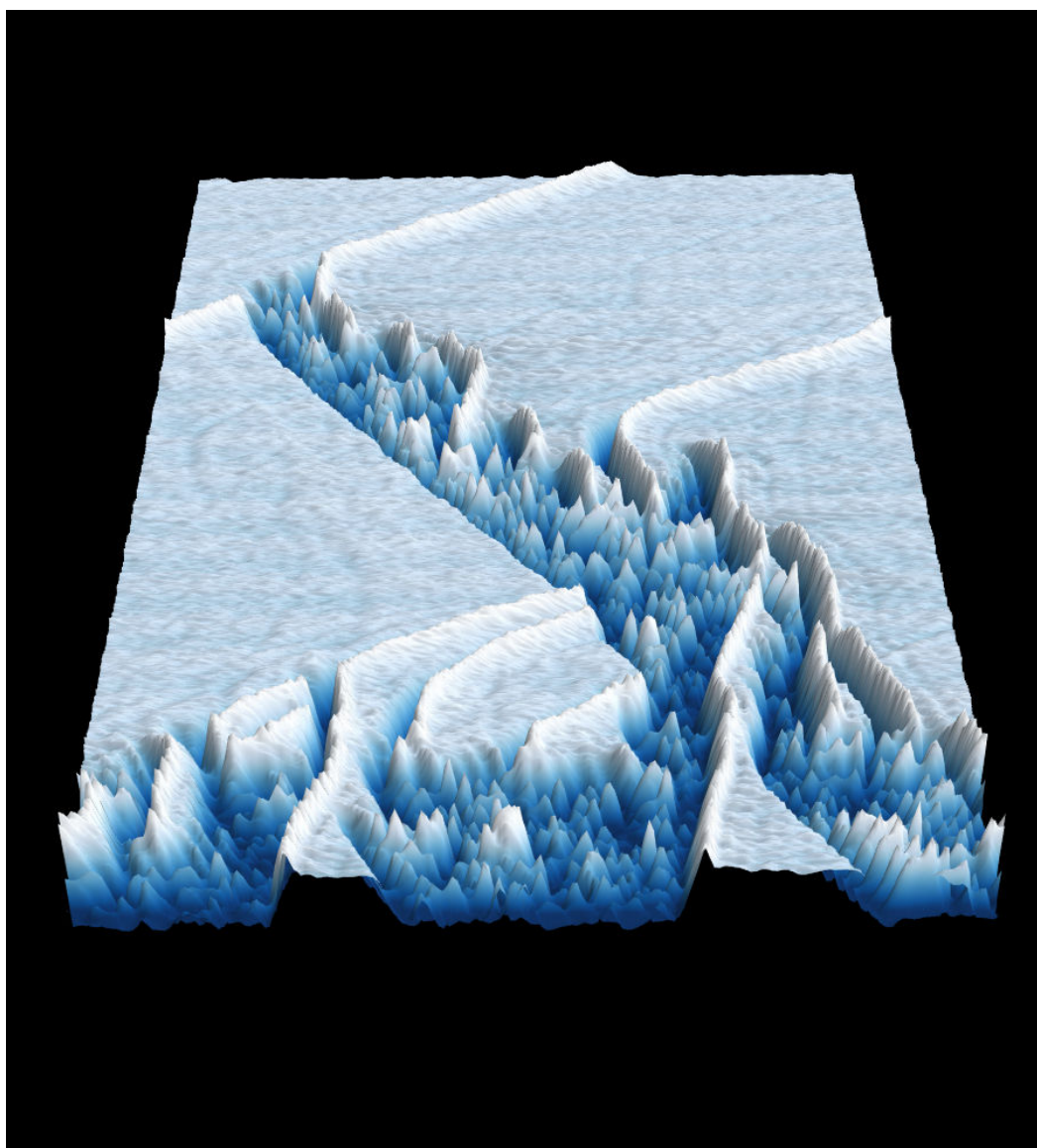


FIGURE 1 – Domaines turbulents & solitons de phase

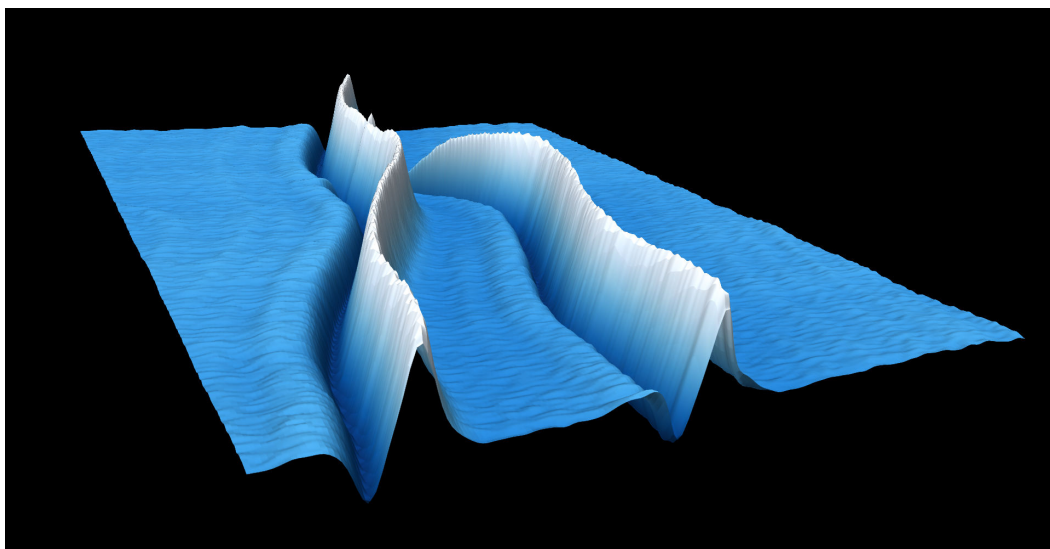


FIGURE 2 – Collision de solitons de phase entraînant la disparition de l'un d'entre eux.

Introduction

Contents

1.1 Du pendule au laser multi-mode	2
1.1.1 L'oscillateur forcé	3
1.1.2 Synchronisation d'oscillateurs couplés	4
1.1.2.1 Modèle de Kuramoto	4
1.1.2.2 Equation de Ginzburg Landau complexe	5
1.1.2.3 Oscillateurs forcés	7
1.1.3 Symétries et chiralité	9
1.2 Formation d'états localisés dissipatifs en optique	12
1.2.1 Systèmes forcés	12
1.2.1.1 Localisation spatiale	12
1.2.1.2 Localisation temporelle	14
1.2.2 Systèmes non forcés	15
1.2.2.1 Localisation spatiale	15
1.2.2.2 Localisation temporelle	16
1.3 Contenu	17

Les travaux présentés dans cette thèse traitent des comportements de systèmes dynamiques oscillants dans des lasers à semi-conducteurs spatialement étendus. Les systèmes non linéaires en optique ont fait leur preuve dans le domaine vaste de la dynamique non linéaire, par la diversité des configurations expérimentales réalisables et les temps caractéristiques typiques d'évolution. De ce fait, les études entreprises sur la dynamique de lasers ont profité d'un essor considérable depuis plus de cinquante ans. Nous trouvons de nos jours des produits composés de systèmes lasers tout autour de nous : télé-communications, systèmes de sécurité, pointeurs lasers, découpes de matériaux, systèmes de mesures, sources d'éclairage. Du point de vue de la dynamique non linéaire, l'étude de la dynamique des lasers est motivée par l'existence de descriptions mathématiques communes à différents systèmes, en physique, ou dans les autres domaines de la science.

En analysant les lasers comme des oscillateurs non linéaires, nous nous intéressons aux phénomènes de synchronisation, et plus particulièrement à la formation d'états localisés dans des systèmes qui admettent un grand nombre de degrés de libertés. Dans ce chapitre d'introduction nous amenons les notions principales nécessaires à la compréhension des systèmes expérimentaux présentés dans les chapitres 2, 3 et 4, dans lesquels nous analysons le comportement de systèmes oscillants possédant une extension spatiale le long de la direction de propagation.

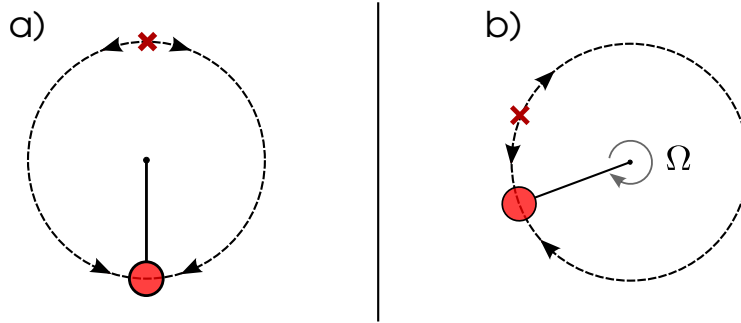


FIGURE 1.1 – Points fixes associés au pendule (a) simple et (b) forcé. Le pendule est positionné sur le point fixe stable et la croix rouge désigne la position du point fixe instable. Ω est le couple fluide appliqué au pendule comme forçage.

1.1 Du pendule au laser multi-mode

Dans le but d'étudier la dynamique des milieux oscillants dans des lasers, nous explorons d'abord les principaux mécanismes qui interviennent chez les oscillateurs. Nous partons de la description d'un simple oscillateur, et en ajoutant des ingrédients un à un (dissipation, forçage, extension spatiale, caractéristiques spectrales), nous discutons de l'évolution des comportements du système avec une complexité croissante pour arriver à des modèles qui décrivent très bien les lasers multi-modes, comme ceux étudiés dans cette thèse.

En mécanique, les deux exemples d'oscillateurs les plus répandus sont celui du pendule simple, constitué d'une masse suspendue par une barre de longueur fixe et de masse négligeable, et celui de la masse accroché à un ressort. Dans les deux cas, le système ne possède qu'un degré de liberté constitué par la position angulaire θ dans le cas du pendule, et la position relative $(x - x_0)$ de la masse par rapport à la position d'équilibre pour le ressort. Nous discutons dans un premier temps du pendule, et nous reviendrons ultérieurement sur l'exemple du ressort. Lorsqu'un pendule est placé dans un champ de gravité, le système ne possède que deux points d'équilibre *i.e.* deux états stationnaires. Comme schématisé dans la figure 1.1(a), le premier point est stable et situé en bas ($\theta = 0$), et le deuxième, instable, est représenté en haut par une croix rouge ($\theta = \pi$). Si le système est placé sans vitesse initiale ($\dot{\theta} = 0$) sur un de ces points, nous ne verrons aucune évolution. En perturbant légèrement la position du pendule autour du point fixe stable il se mettra à osciller autour de la position d'équilibre à sa fréquence naturelle. Si le système est placé sur son point d'équilibre instable, une légère perturbation aura pour conséquence de créer de larges excursions angulaires, en s'approchant de part et d'autre de l'équilibre instable sans jamais l'atteindre. Il est possible de mettre le pendule en rotation si la vitesse initiale est suffisamment grande pour que le pendule traverse le point d'équilibre instable.

Nous ajoutons maintenant de la dissipation au pendule, les deux points fixes cités précédemment sont identiques. Pour n'importe quelle condition initiale autre que

($\theta = \pi$, $\dot{\theta} = 0$), le pendule finit par retomber sur le point fixe stable. Avec une faible dissipation, le pendule effectue des oscillations avant de s'arrêter, et si la dissipation est forte il convergera vers le point fixe stable sans osciller. La présence de la dissipation dans le système amène la notion d'attracteur qui fixe la position asymptotique du système.

1.1.1 L'oscillateur forcé

En ajoutant un forçage au pendule, nous déplaçons les points fixes comme représenté dans la figure 1.1(b). Nous considérons un forçage appliqué par un couple fluide Ω dirigé dans le sens horaire, équivalent à placer le pendule dans un tonneau en rotation rempli d'un fluide. Les points fixes stable et instable se décalent vers la gauche et se rapprochent l'un de l'autre. Le système est très bien décrit par l'équation d'Adler [Adler 1946], dans laquelle nous suivons la phase Φ de l'oscillateur en fonction des paramètres du forçage :

$$\partial_t \Phi = \Delta - a \sin(\Phi) \quad (1.1)$$

où $\Delta = (\omega_0 - \omega_1)$ correspond au désaccord entre les fréquences ω_0 de l'oscillateur libre et ω_1 du forçage. Le paramètre a est proportionnel à ω_0 et au rapport d'amplitude entre l'oscillateur et le forçage, et dépend ainsi du couple appliqué par le forçage.

Ce modèle, très simple, décrit le phénomène d'accrochage d'un oscillateur à un forçage périodique. Dans la figure 1.1(b) nous voyons la structure de l'espace des phases correspondante. Lorsque l'oscillateur est accroché au forçage, sa phase et sa fréquence sont verrouillées à celles du forçage. Cet état, parfaitement synchronisé, est stable sur une zone dans l'espace des paramètres dont la dimension dépend du facteur a (puissance du forçage) et du désaccord Δ . Ces zones de synchronisation au forçage sont appelées langues d'Arnold dans le plan (Δ, a) [Arnold 1989]. Pour un forçage faible, le désaccord doit être très petit pour réussir à accrocher l'oscillateur, mais la zone d'accrochage s'agrandit au fur et à mesure que le forçage augmente. En augmentant Δ suffisamment, les deux points fixes se rapprochent et disparaissent au travers d'une bifurcation nœud-selle [Andronov 1973]. La solution stable devient alors un cycle limite de fréquence Δ .

En perturbant faiblement le système (schéma 1.1(b)), il relaxe vers son état d'équilibre. Si la perturbation est suffisamment grande pour passer de l'autre côté du point fixe instable (point selle) le système effectue une rotation complète dans le sens horaire avant de relaxer vers l'équilibre. Ce comportement, dit excitable, possède la propriété intéressante de répondre de deux manières différentes à une perturbation : une réponse excitable pour une perturbation au dessus du seuil, et une relaxation vers l'équilibre pour une perturbation inférieure au seuil. Ce comportement existe dans de nombreux systèmes biologiques comme par exemples les neurones qui constituent le système nerveux [Hodgkin 1952], les cellules musculaires, les plantes carnivores.

Parmi les différents modèles permettant d'obtenir de l'excitabilité, la bifurcation

nœud-selle sur un cercle qui intervient dans le modèle d'Adler décrit parfaitement le cas d'un laser mono-mode accroché au forçage, où toute la dynamique se réduit à une dynamique de phase. Les observations expérimentales dans des lasers à semi-conducteurs ont montré la possibilité d'exploiter l'excitabilité pour générer des bits d'informations optiques [Goulding 2007], dont la forme est fixée par la structure de l'espace des phases.

1.1.2 Synchronisation d'oscillateurs couplés

1.1.2.1 Modèle de Kuramoto

Nous considérons à présent un système constitué par un lot de N oscillateurs couplés et non plus d'un oscillateur isolé. Le mécanisme de synchronisation se complique rapidement car le nombre de degrés de liberté est égal à N . Pour considérer un tel système, nous pouvons étendre le comportement d'un oscillateur à N oscillateurs couplés, ou alors considérer un oscillateur étendu qui se développe sur une base de modes définis par les conditions au bords. Le premier point de vue est celui développé dans le modèle de Kuramoto [Kuramoto 1984]. L'évolution de la phase Φ_k de l'oscillateur k dépend linéairement de sa fréquence et du couplage avec les autres oscillateurs et s'écrit :

$$\partial_t \Phi_k = \omega_k + \frac{\varepsilon}{N} \sum_{j=1}^N \sin(\Phi_j - \Phi_k) \quad (1.2)$$

avec ω_k la fréquence du $k^{\text{ième}}$, ε le paramètre de couplage. Dans ce modèle, deux effets s'opposent amenant la richesse des comportements observables. Les fréquences des oscillateurs satisfont une distribution aléatoire de largeur finie afin de s'assurer que toutes les fréquences ne sont pas identiques, poussant en premier lieu le système à être désordonné. D'un autre côté, le couplage entre oscillateurs tend à synchroniser tous ces oscillateurs en les poussant à avoir un comportement collectif. Ainsi, pour une distribution de fréquence donnée sur les N oscillateurs, le couplage constitue le paramètre de contrôle permettant de passer de situations désordonnées à des régimes synchronisés. Pour un couplage faible, chaque oscillateur suit sa fréquence naturelle et la cohérence de phase est faible dans le système. Plus on augmente le terme de couplage, plus le nombre d'oscillateurs synchronisés est grand. Au delà d'une valeur critique ε_c , l'ensemble des oscillateurs est accroché à une fréquence et une phase commune. Dans le cas intermédiaire où seulement une partie de la population est synchronisée, deux comportements différents coexistent : un groupe d'oscillateurs accrochés en phase, et des oscillateurs qui dérivent à leur propre fréquence.

Le modèle de Kuramoto présente certaines approximations qui peuvent paraître très restrictives, mais contient déjà une dynamique très riche. La première approximation vient de la dépendance sinusoïdale du couplage en fonction des phases relatives, correspondant aussi à un couplage global. Une version généralisée du couplage [Filatrella 2007] permet de considérer une fonction différente, notamment

pour mettre en œuvre une dépendance du couplage avec la distance entre oscillateurs. Dans le cas de la chaîne d'oscillateur reliés par des ressorts de torsion, nous voyons bien que lorsqu'un d'entre eux est écarté de sa position d'équilibre il entraîne d'avantage ses voisins proches que ceux qui sont loin. En fonction des systèmes physiques concernés, il faudra donc adapter ce terme de couplage mais la description intrinsèque donnée par le modèle de Kuramoto sera générique. Une deuxième caractéristique de ce modèle est le choix fait sur la distribution des fréquences, généralement prise comme une lorentzienne de largeur ajustable centrée en ω_0 . Ceci implique que les oscillateurs ne sont pas identiques mais restent semblables et permet d'obtenir des solutions analytiques de l'équation.

Un exemple de synchronisation d'oscillateur que nous avons tous expérimenté est celui des applaudissements d'un public, dans une salle de spectacle par exemple. Au départ, chacun des spectateurs possède sa propre fréquence de battements pour frapper ses deux mains l'une contre l'autre, et ceci donne sur l'ensemble des spectateurs un état très désordonné avec de nombreuses fréquences et phases différentes. Au fur et à mesure que le temps passe, les applaudissements se régulent et en résulte un régime synchronisé où la majeure partie des spectateurs sont en rythme. Cette observation tout à fait commune pour les applaudissement est caractéristique d'une synchronisation à l'échelle d'un groupe de personnes. Le couplage entre les spectateurs suit un processus complexe en passant par la perception auditive, des afflux nerveux, et la coordination motrice. Bien que le système complet soit d'une grande complexité, en considérant le public applaudissant comme un lot d'oscillateurs couplés, les comportements peuvent être modélisés par le modèle de Kuramoto [Néda 2000].

1.1.2.2 Equation de Ginzburg Landau complexe

Dans les lasers, les oscillateurs sont constitués par les modes actifs de la cavité. Les fréquences en jeu sont des harmoniques de la fréquence fondamentale et sont donc commensurables. Nous voyons bien que le choix très différent sur la distribution des fréquences va influencer énormément les comportements du système si nous souhaitons le décrire par le modèle de Kuramoto. Nous avons considéré jusqu'ici des oscillateurs de phases (dont l'amplitude ne varie pas) et nous nous devons maintenant considérer le cas plus général où l'oscillateur suit une dynamique de phase et d'amplitude. La non-linéarité qui intervient dans les lasers impose un couplage phase/amplitude du champ dans la cavité et nécessite une description adaptée aux systèmes non linéaires oscillants. Le modèle générique utilisé dans le contexte des systèmes non linéaires oscillants, *i.e.* qui ont déjà traversé une bifurcation de Hopf ([Coullet 1989]), est l'équation de Ginzburg-Landau complexe (CGLE). C'est une équation d'amplitude décrivant l'évolution d'une variable complexe, fonction de l'espace x et du temps t et prenant la forme :

$$\partial_t A = A + (1 + ib) \Delta A - (1 + ic) |A|^2 A \quad (1.3)$$

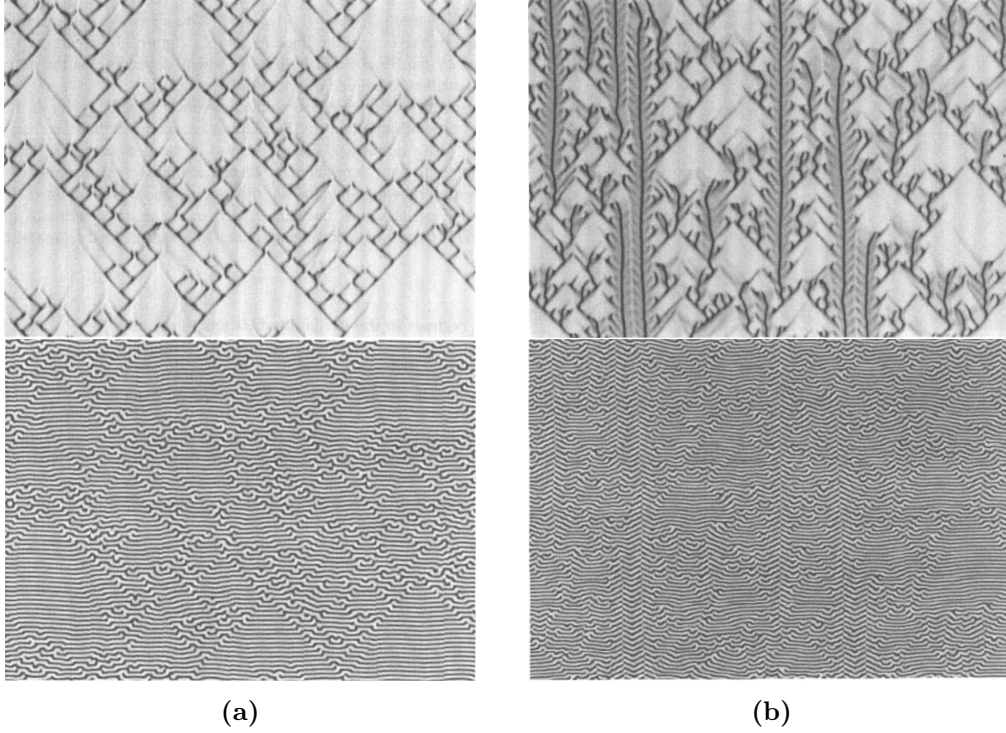


FIGURE 1.2 – Intermittence spatio-temporelle dans l'équation de CGLE à une dimension, images issues de [Chaté 1994a]. En haut : $|A|$ en fonction de x (horizontalement) et de t (verticalement). En bas : évolution de la phase correspondante suivant x et t . **(a)** Intermittence pure et **(b)** présence d'objets localisés contenant des sauts de phase de π dans le régime d'intermittence. L'échelle de couleur code pour les faibles amplitudes en noir et les fortes amplitudes en blanc pour $|A|$ et pour la phase "0" (mod 2π) en blanc et π (mod 2π) en noir.

où $\Delta = (\partial^2/\partial x^2)$ est le laplacien représentant le couplage spatial (suivant x), b et c caractérisent respectivement les parties linéaire et non linéaire de la dispersion.

Parmi tous les régimes accessibles dans ce modèle avancé, nous retrouvons évidemment des régimes parfaitement synchronisés et d'autres au contraire correspondant au chaos spatio-temporel [Shraiman 1992], en passant par des cas intermédiaires où la dynamique de phase mène à de l'intermittence spatio-temporelle ([Chaté 1994b],[Chaté 1994a]). Ce modèle nous plonge directement dans le monde des systèmes hors équilibre où la dissipation et le forçage amènent le système loin de l'équilibre thermodynamique.

La figure 1.2 présente des régimes dynamiques décrits comme de l'intermittence spatio-temporelle du fait de l'alternance de zones ordonnées et de zones désordonnées. Ces régimes sont caractéristiques des situations intermédiaires entre une synchronisation complète et un désordre répandu dans tout l'espace. Le régime montré en 1.2a présente des zones lisses (blanches) correspondant à la solution uniforme (onde plane) et les structures créées par les lignes noires inclinées proviennent de sauts de phases dues à l'existence de deux états stables de phase différente (0 et π). Ils se caractérisent donc dans la phase par des sauts de π . En 1.2b, la dynamique

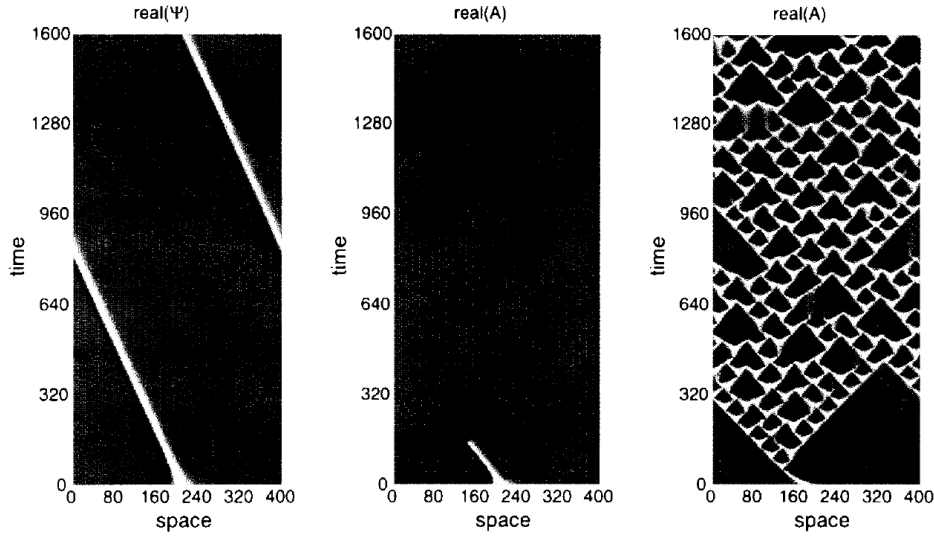


FIGURE 1.3 – Différentes solutions obtenues en prenant comme condition initiale un saut de phase de 2π dans CGLE avec forçage, image provenant de [Chate 1999]. **Gauche** : saut de phase de 2π se propage de manière stable, **Milieu** la même solution devient instable pour un forçage légèrement plus fort et **Droite** intermittence spatio temporelle pour un forçage encore un peu supérieur et un désaccord plus grand.

présente cette fois-ci des lignes verticales correspondant à des solutions localisées qui se superposent à l'intermittence déjà présente. Dans l'évolution de la phase, nous distinguons alors des sauts de phase se propageant le long de ces structures verticales. Notons que ces observations ne sont pas transitoires et constituent des régimes stables du système. Le régime décrit comme synchronisé correspond à un état où une seule fréquence est présente, et toutes les autres ont une amplitude nulle. C'est très différent d'un état synchronisé où toutes les fréquences partagent une phase commune, au quel cas nous observons la formation d'impulsions dont la durée dépend de la largeur spectrale, *i.e.* du nombre de fréquences impliquées.

Nous ne rentrons pas d'avantage dans les détails de l'équation CGLE dont l'ensemble des régimes sont explorés dans [Aranson 2002], mais retenons qu'elle prend en compte l'évolution d'un système dissipatif oscillant étendu, avec des effets non linéaires et un opérateur de diffraction responsable du couplage spatial. L'extension spatiale offre un nombre de degrés de liberté infini comme dans le cas du modèle de Kuramoto avec $N \rightarrow \infty$. La diversité des régimes intervenant entre les synchronisations et désynchronisations montrent que la dynamique de phase joue un rôle fondamental dans de tels systèmes. Nous reviendrons sur ce modèle dans les exemples d'expériences en optique menant à des motifs spatio-temporels et/ou structures localisées.

1.1.2.3 Oscillateurs forcés

Dans le cas d'un oscillateur unique, nous avons vu que le forçage contraint l'oscillateur à suivre sa fréquence et sa phase dès lors que l'écart en fréquence est faible, ou que l'amplitude du forçage est suffisamment grande. La synchronisation est aussi possible entre oscillateurs couplés en l'absence de forçage. Nous voyons maintenant l'impact d'un forçage dans le cas d'un système constitué de nombreux oscillateurs, ou d'un système spatialement étendu. La question principale qui se pose est de savoir si la synchronisation spontanée entre oscillateurs est semblable à la synchronisation à une horloge externe (forçage).

Pour reprendre l'exemple des applaudissements discuté en 1.1.2.1 (page 4), comment se différencie la synchronisation de N spectateurs qui frappent dans leurs mains avec la synchronisation de ces mêmes spectateurs lorsqu'un artiste les guide depuis la scène ? Si les conditions sont réunies pour que l'ensemble du public suive l'artiste en rythme (se synchronise au forçage), nous verrons un résultat semblable au cas où la synchronisation est spontanée (sans forçage), à la différence que le forçage impose sa fréquence et sa phase.

Dans les systèmes dynamiques non linéaires, le passage d'une bifurcation de Hopf impose une oscillation à fréquence fixe dont la phase est choisie arbitrairement. Cette dernière constitue un mode neutre du système, donc toutes les valeurs sont équiprobables. En ajoutant un forçage périodique au système, la symétrie de phase est brisée car le forçage amène sa propre phase comme référence. Les deux formes de synchronisation, à un forçage ou spontanée, diffèrent donc fondamentalement par la brisure de la symétrie de phase.

Dans le cas du modèle de Kuramoto, l'ajout de forçage brise non seulement la symétrie de phase, mais apporte un degré de complexité supplémentaire. Nous avons vu que les différences de fréquences entre les oscillateurs font tendre le système vers un état désordonné, et que le couplage au contraire tend à synchroniser les oscillateurs sans imposer de fréquence particulière pour leur mouvement collectif. Le forçage favorise en revanche une fréquence et une phase et offre donc la possibilité d'observer des synchronisations à des fréquences différentes. Une exploration théorique [Childs 2008] a permis de mettre en avant les principaux comportements de ce système. Dans la limite de fort couplage, tous les oscillateurs se comportent comme un oscillateur macroscopique et répondent au forçage de la même manière que dans le modèle d'Adler (voir 1.1.1 page 3).

Du point de vue du modèle CGLE, l'ajout d'un forçage ([Chate 1999]) apporte des comportements qui peuvent paraître semblables à première vue mais présentent des particularités très intéressantes. Avec un forçage suffisamment fort, il est bien entendu possible d'obtenir une synchronisation parfaite de tout l'espace au forçage. Pour un forçage modéré, des régimes très différents prennent place comme le montre la figure 1.3. Des solutions localisées formées par une rotation de 2π , ou kinks, sont stables et se propagent à vitesse constante, décrites comme excitations naturelles du système forcé. Ces kinks étant stables sur l'état uniforme (synchronisé), leur présence semble favoriser la synchronisation du système au forçage en relâchant localement la contrainte appliquée par le désaccord en fréquence imposé.

Ces solutions localisées ont été trouvées pour la première fois dans le modèle de Frenkel-Kontorova développé dans le but d'étudier les dislocations dans les cristaux [Braun 2004]. Ce modèle, dont nous ne détaillerons pas les comportements, décrit une chaîne de masses couplées par des ressorts et placées dans un potentiel périodique. En fonction de la périodicité du potentiel, les masses ajustent leur position autour de leur position d'équilibre imposée par le ressort. Lorsque le potentiel est trop désaccordé par rapport à la périodicité naturelle du réseau de masses, des dislocations apparaissent, et le système se décale d'une période créant ainsi un kink. Le lien entre les kinks de phase localisés dans le modèle CGLE et ceux du modèle de Frenkel-Kontorova se fait par l'intermédiaire de l'équation de Sine-Gordon qui constitue la version continue de ce dernier ([Rubinstein 1970],[Braun 2004]). En effet, l'équation CGLE forcée peut être réduite à une équation décrivant la phase ([Chate 1999]), qui prend alors la forme d'une équation de Sine-Gordon dans le cas sur-amorti avec forçage. Les solutions localisées sous forme de kink de 2π sont donc intrinsèquement localisées dans la phase et coexistent avec l'état synchronisé uniforme dans les systèmes étendus.

1.1.3 Symétries et chiralité

La symétrie d'un système physique correspond à une invariance suivant un des degrés de liberté et à chaque invariance est associée une loi de conservation [Noether 1918]. Lorsqu'une symétrie est brisée, le système ne conserve plus la quantité associée à cette symétrie et voit son espace des phases gagner une dimension.

Nous avons vu que la symétrie de phase d'un oscillateur est brisée lorsqu'un forçage périodique lui est appliqué. Cette brisure de symétrie est d'une grande importance car elle donne la possibilité d'observer des comportements chaotiques dans des systèmes de basse dimension. Dans ce contexte, les lasers à signal injecté constituent des expériences modèles pour l'étude du chaos. Dans [Bonatto 2011], les auteurs réalisent une expérience dans laquelle ils injectent un laser à semi-conducteur mono-mode avec un faisceau optique cohérent. En modifiant le désaccord en fréquence entre le forçage et le système, ils ont mis en évidence une séquence la séquence d'accrochage puis décrochage par doublement de période et transition vers le chaos. Sous l'influence du forçage, ce système sans dimension spatiale peut donc se transformer en système modèle pour l'étude du chaos de faible dimension. Notons au passage que le système expérimental est semblable à celui dans lequel les comportements excitables ont été étudiés [Kelleher 2010, Goulding 2007], mais ne peut plus être réduit à un système 1D.

Une autre symétrie qui nous intéresse dans les systèmes vus précédemment est celle du sens de rotation du soliton de l'équation de Sine-Gordon. Etant constitué d'un tour de phase de 2π connectant l'état synchronisé avec lui même, il a deux possibilités dans la direction de rotation de la phase. Dans l'équation de Sine-Gordon, rien ne brise la symétrie entre les deux directions et donc les deux solutions sont équivalentes. Dans l'équation de Ginzburg-Landau complexe forcée, les solutions lo-

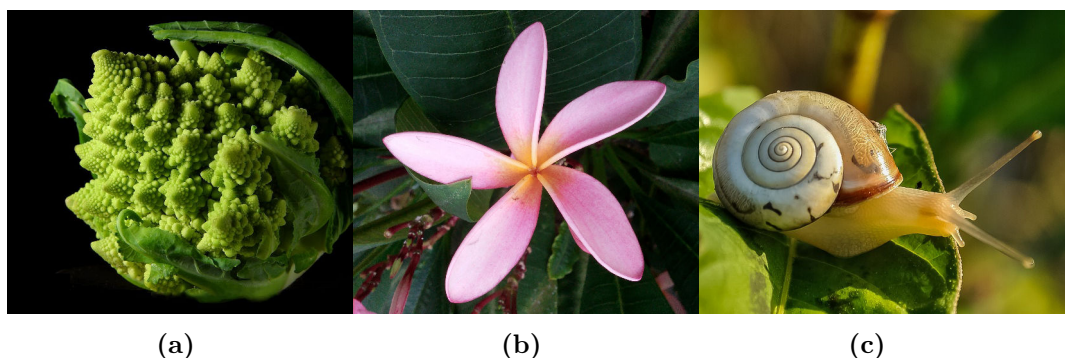


FIGURE 1.4 – Exemples de structures macroscopiques chirales dans la nature. (a) Choux romanesco. (b) Fleur de frangipanier rose. (c) Coquille d'escargot.

calisées obtenues possèdent de la même manière une orientation dans la rotation de la phase, et la symétrie n'étant pas brisée, les deux solutions existent et possèdent la même stabilité. Dans les régimes de turbulence de phase, le processus de "kink breeding", où les kinks sont instables, génère des excitations comprenant une rotation positive et un autre négative se propageant respectivement vers la droite et vers la gauche. Si la symétrie était brisée, nous devrions observer majoritairement (ou exclusivement) une des deux directions.

L'existence d'une orientation dans une trajectoire est reliée à la notion de chiralité. La chiralité est définie par le fait qu'un objet se distingue de son image dans un miroir. Le terme provient du grec "*kheir*" qui signifie la "main", qui constitue l'exemple le plus évident dans notre quotidien. En effet, nous savons que nos mains constituent chacune l'image de l'autre dans un miroir et ne se superposent pas.

La chiralité intervient dans de très nombreux exemples dans la nature dont trois d'entre eux sont présentés dans la figure 1.4. Le premier exemple est le chou romanesco qui, en plus de l'aspect fractal, possède une structure en spirales offrant ainsi une orientation dans la distribution des sous-structures. Le deuxième exemple est une fleur de frangipanier rose qui pousse notamment à Tahiti, et souvent utilisée dans la décoration ou comme parfum dans les cosmétiques. Nous pouvons remarquer que les pétales ne sont pas symétriques et s'arrangent de manière ce qu'il y ait une orientation de l'ensemble. Enfin, le troisième exemple est celui de la coquille d'escargot qui possède aussi une structure spirale et en fait donc un objet chiral. Ces trois exemples d'objets macroscopiques font partie d'un nombre considérable de systèmes dans lesquels la chiralité provient d'une brisure spontanée de la symétrie. Dans les trois exemples présentés, nous observons une des deux directions, mais les deux sont à priori stables.

A l'échelle microscopique, de nombreuses molécules sont chirales par l'agencement des atomes dans leur structure, ayant pour conséquence des spécificités très différentes ([Bruice 2007]). Ainsi, des objets composés de molécules chirales verront leur état influencé par l'orientation choisie. C'est le cas dans les nucléotides (constituants des brins d'ADN) et les acides aminés, par exemple, qui possèdent des groupements moléculaires chiraux, et dont leurs spécificités chimique et physiologique en dépend.

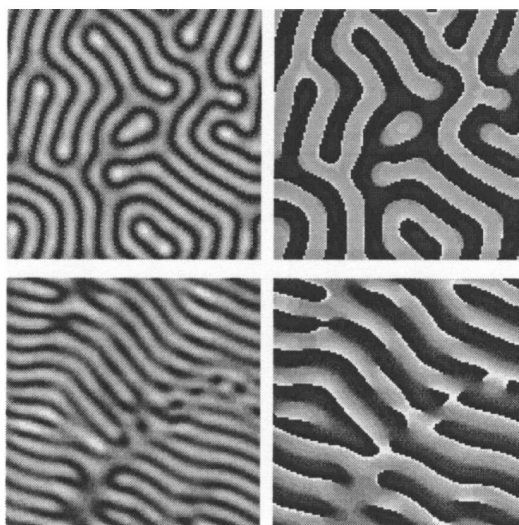


FIGURE 1.5 – Labyrinthes obtenus dans un système oscillant à deux dimensions forcé par deux fréquences proches de la résonance. Sont représentées l'intensité (gauche) et la phase (droite) des motifs obtenus pour labyrinthes de type Ising (haut) et Bloch (bas). Image provenant de [de Valcárcel 2003].

A des échelles tout à fait différentes, en astro-physique, les galaxies spirales ont une structure intrinsèquement chirale car elles possèdent une direction identifiable en partant du centre.

Si la brisure de symétrie chirale s'opère dans un système, nous verrons une ségrégation entre les deux orientations et seulement une des deux sera observée. Cependant des comportements intermédiaires peuvent arriver. Dans l'exemple précédent sur les coquilles d'escargots, certaines espèces sont exclusivement orientées dans une direction et d'autres se trouvent sous les deux formes. Les études montrent que c'est à l'échelle moléculaire que la brisure de symétrie prend naissance, mais il se peut qu'elle ne soit pas suffisamment forte pour empêcher l'existence des deux orientations ([Grande 2009]). Pour ce qui est des galaxies spirales, d'après le catalogue complet des galaxies enregistrées, la population est équivalente entre les deux directions ([Kondepudi 2001]), ce qui semble montrer que la symétrie chirale n'est pas brisée pour ces géants de l'univers.

Dans les systèmes hors équilibre, la coexistence de domaines de phase différentes impose la présence de fronts qui peuvent éventuellement acquérir une charge chirale, responsable de leur vitesse de déplacement [Coullet 1990]. Ces fronts portent alors le nom de murs d'Ising quand ils ne portent pas de charge chirale, et murs de Bloch si ils en ont une. Bien qu'ils aient été découverts et étudiés initialement dans des systèmes à l'équilibre, comme par exemple les systèmes magnétiques formant des domaines avec une aimantation opposée [Beach 2005], les systèmes hors équilibre peuvent aussi bien en accueillir. Une méthode originale explorée dans [de Valcárcel 2003] montre l'obtention des deux types de murs en forçant un oscillateur étendu à deux dimensions, avec deux fréquences proches de la fréquence naturelle du milieu. En augmentant l'amplitude du forçage, il est donc possible

d’observer la transition entre les murs d’Ising et les murs de Bloch (voir figure 1.5). Dans le cas où les murs contiennent une charge chirale, *i.e.* les murs de Bloch, le motif en labyrinthe peut contenir des transitions douces entre les deux phases, aussi bien que des vortex (l’amplitude tombe à zéro et la phase acquiert des multiples de 2π de manière continue).

L’étude des systèmes oscillants possédant une extension spatiale est loin d’être triviale, notamment par la diversité des caractéristiques non linéaires et du couplage spatial. Les modèles présentés couvrent seulement une partie de l’ensemble des travaux effectués dans ce domaine, mais montrent comment s’imbriquent les différents ingrédients, reliant ainsi la dynamique du pendule à celle des systèmes oscillants spatialement étendus. Les lasers multi-modes étant des oscillateurs étendus, toute la description faite jusqu’ici nous guide vers la compréhension des comportements complexes qui interviennent dans ces systèmes.

1.2 Formation d’états localisés dissipatifs en optique

L’étude de la formation de structures spatio-temporelles dans les systèmes non linéaires optiques a fait l’objet de nombreuses recherches dans les dernières décennies dans le but d’exploiter leurs propriétés. Ainsi, l’existence et le contrôle de structures auto-localisées - ondes solitaires, ou solitons - a été démontrée dans des systèmes optiques dissipatifs présentant des caractéristiques très variées. Tant dans le domaine spatial que temporel, grâce au développement de modèles spécifiques aux différents systèmes, reliés à des modèles paradigmatiques, ces structures ont pu être connectées aux états localisés qui apparaissent en hydro-dynamique, dans les milieux granulaires, en écologie végétale et dans les modèles de réaction-diffusion [Akhmediev 2008, Akhmediev 2005, Tlidi 2014, Descalzi 2011].

Les solitons dissipatifs en optiques ont été décrits de deux manières différentes dans les limites de systèmes faiblement dissipatifs ou fortement dissipatifs. Dans le premier cas, les solitons dissipatifs correspondent aux solitons de l’équation de Schrödinger non linéaire en considérant la dissipation comme une perturbation dans l’équation [Lugiato 1987, Fauve 1990]. La brisure d’invariance d’échelle intervenant par la compensation entre forçage et dissipation a pour conséquence de fixer une taille de soliton, au lieu d’une famille de solitons comme dans le cas conservatif. Dans les cas fortement dissipatifs, les solitons sont décrits par un accrochage de fronts, qui fixent alors leur distance relative pour donner place à des structures dont la taille est bloquée [Coullet 2000, Rosanov 2002]. L’existence d’une bistabilité entre deux états différents est nécessaire pour décrire les structures obtenues comme des états localisés.

Bien que les systèmes optiques utilisés dans ce contexte diffèrent par de nombreux points, nous pouvons les classer dans deux catégories suivant s’ils sont soumis à un forçage ou non, *i.e.* si la symétrie de phase est brisée ou non [Firth 2010]. En exploitant cette propriété, nous passons en revue les résultats principaux concernant la création d’états localisés (spatialement et/ou temporellement) et discutons de leurs

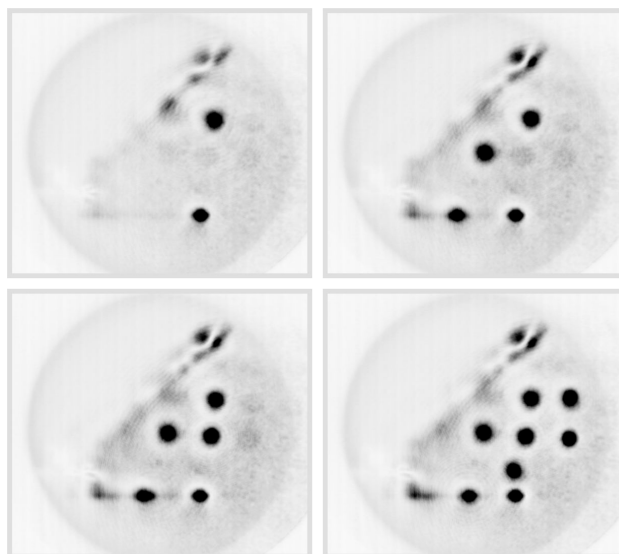


FIGURE 1.6 – Ecriture et positionnement de solitons de cavités sur réseau carré sous l'application d'un masque de phase. Image provenant de [Pedaci 2006].

particularités.

1.2.1 Systèmes forcés

1.2.1.1 Localisation spatiale

L'extension des solitons de l'équation de schrödinger non linéaire aux systèmes dissipatifs [Lugiato 1987] (modèle de Lugiato-Lefever) a ouvert la voie à de nombreuses études théoriques sur la possibilité de trouver ces structures localisées dans des systèmes optiques. Ainsi l'existence de solitons (spatiaux) dissipatifs a été prédite dans l'espace transverse de résonateurs non linéaires remplis d'un milieu à deux niveaux et injectés par un faisceau cohérent [Firth 1996]. Peu de temps après, des travaux théoriques et numériques montrent la possibilité d'observer ces solitons spatiaux dans des micro-cavités à semi-conducteur [Spinelli 1998], ouvrant la voie à l'utilisation des solitons comme bits d'information pour créer des mémoires optiques. Du fait de leur existence dans des cavités optiques, ces structures se sont vues appelées solitons de cavité, comprenant ainsi la notion de dissipation.

La première observation expérimentale dans un laser à émission verticale par la surface (VCSEL) forcé par une injection cohérente (faisceau de maintien), démontre non seulement l'existence, mais aussi la possibilité d'écrire et effacer ces solitons à l'aide d'un faisceau cohérent additionnel [Barland 2002]. La nature localisée des solitons dissipatifs fait qu'ils peuvent se trouver à n'importe quel endroit dans l'espace dans lequel ils se forment. Dans le cas d'un système parfait, les solitons sont immobiles et positionnés là où ils sont écrits, et peuvent être déplacés sans coût énergétique [Firth 1996]. Sous l'influence d'un gradient dans les paramètres physiques du système, les solitons de cavité peuvent se mouvoir pour trouver alors la

position la moins coûteuse. Ceci a été exploité en imposant un masque de phase dans le faisceau de maintien dans le but de positionner arbitrairement les solitons [Pedaci 2006] (voir figure 1.6). Le déplacement des solitons de cavité sous l'influence de gradients de phases a été proposé comme outil pour cartographier les défauts de surface des VCSELs [Pedaci 2008].

Les solitons de cavité discutés jusqu'ici existent dans des lasers portés sous le seuil où la bistabilité optique est créée par la non-linéarité saturable du gain et l'apport d'énergie cohérente du forçage. Des solitons spatiaux ont été prédits dans des systèmes oscillants (lasers au dessus du seuil) par la coexistence de deux états de phase différente, ou "rocking" [de Valcárcel 2003], sous l'application d'un forçage résonant et modulé à basse fréquences. Bien que des motifs spatiaux complexes se forment lorsque un laser spatialement étendu est placé au dessus du seuil, des solitons de cavité ont été observés, vivant sur un état non-homogène et stabilisés par le forçage cohérent [Hachair 2006].

1.2.1.2 Localisation temporelle

Dans le cadre du modèle de Lugiato-Lefever, les analogues temporels des solitons de cavité (spatiaux) cités précédemment ont été observés dans des cavités optiques non-linéaires étendues le long de la propagation [Leo 2010]. Le système expérimental consiste en une cavité optique réalisée par une fibre optique mono-mode refermée sur elle-même et forcée par une injection cohérente. La non-linéarité Kerr qui intervient dans les fibres optiques étant faible, la longueur de cavité nécessaire est de l'ordre de 300 m. L'écriture des solitons de cavité temporels a été démontrée en appliquant des impulsions courtes additionnées au forçage continu. Les auteurs sont ainsi capables de générer des solitons à des distances arbitraires dans la cavité, prouvant la possibilité de stocker de l'information sous formes de bits optiques qui vivent indéfiniment. Ces expériences ont donc un intérêt certain en terme d'applications dans les réseaux de télécommunication (mémoires optiques), mais constituent aussi des supports modèles pour l'étude des structures localisées temporelles. L'étude des comportements des solitons de cavités temporels a montré qu'ils peuvent être stationnaires, osciller au cours du temps, ou encore évoluer de manière chaotique après que le système ait traversé différentes séquences de bifurcations [Leo 2013].

L'utilisation de matériaux semi-conducteurs dans la réalisation de systèmes optiques permet de profiter de leur forte non-linéarité pour obtenir des systèmes de faible dimension. Dans [Kasuya 1999], les auteurs ont montré qu'il est possible de générer des régimes pulsés en injectant un faisceau cohérent dans une diode laser de type Fabry-Perot. En accordant le forçage de sorte à le placer exactement au centre de deux modes de la cavité Fabry-Perot, le mélange à quatre ondes permet un accrochage de nombreux modes. Une fois qu'un très grand nombre de mode est synchronisé en phase sur la référence du forçage, il résulte une émission pulsée avec un taux de répétition correspondant à l'intervalle spectral libre de la cavité : régime de verrouillage de modes. Cette expérience montre la possibilité de générer un train d'impulsions très courtes, correspondant à un spectre très large. Cette situation de verrouillage de mode par injection optique semble être une piste intéressante pour l'étude de

solitons temporels dans des systèmes de faible dimension, attractifs en terme d'applications potentielles. Parallèlement, l'observation de solitons temporels dans des micro-résonateurs [Del'Haye 2007, Herr 2014] sont attribués à un élargissement du spectre formant un peigne de fréquences. Le forçage est réalisé par une source cohérente de forte puissance et désaccordée par rapport aux résonances de la cavité. Dû à la non-linéarité Kerr, les résonances se décalent en fonction de la puissance injectée dans la cavité. En plaçant le forçage à résonance, la puissance intra-cavité est maximale et la résonance se décale. Pour sortir de la résonance, il faut alors se désaccorder d'avantage avant que la puissance (intra-cavité) diminue et que la résonance se replace à la fréquence naturelle du système. La formation d'une boucle de bi-stabilité permet alors la formation des solitons temporels observés.

Dans les systèmes que nous venons de présenter, l'injection optique qui constitue le forçage doit être de forte puissance pour que les effets non linéaires prennent place. L'utilisation de lasers permet d'exploiter le gain pour atteindre les régimes que nous souhaitons observer, diminuant ainsi les puissances requises pour le faisceau d'injection.

1.2.2 Systèmes non forcés

1.2.2.1 Localisation spatiale

Parallèlement aux travaux menés dans les systèmes forcés, de nombreuses recherches se sont portées sur la création de solitons de cavité dans des lasers sans l'utilisation d'un forçage externe : lasers à solitons de cavité. La motivation vient du fait qu'un système permettant de générer de telles structures par lui même, sans avoir recours à une référence externe, est intrinsèquement plus stable et plus facile à mettre en œuvre.

Sans l'aide du forçage, l'obtention de la bistabilité optique nécessaire à la formation des solitons de cavité a été proposée par deux méthodes différentes. La première est d'utiliser une cavité de rétro-action contenant un élément sélectif en fréquence [Tanguy 2006, Tanguy 2008a]. En réinjectant la sortie d'un VCSEL de grande dimension (extension spatiale) grâce à une cavité externe dont les pertes dépendent de la fréquence, un comportement bistable peut s'observer au seuil d'allumage [Giudici 1999]. La partie du champ électrique résonante avec l'élément sélectif en fréquence (réseau de diffraction) voit ses pertes diminuées et peut passer le seuil, la branche éteinte étant toujours stable car l'autre partie du champ possède des pertes trop faibles pour s'allumer. La génération de solitons de cavité a été réalisée par le biais d'un faisceau d'écriture de manière équivalente aux travaux menés en présence de forçage. En pratique, une fois qu'un soliton est allumé dans la section transverse du VCSEL, le système maintient par lui même l'état du soliton sans avoir recours à d'autre source d'énergie que le pompage électrique (incohérent) du VCSEL. Du fait de la présence d'une cavité externe, le système n'est plus seulement étendu dans le plan transverse à la propagation mais possède aussi une extension longitudinale. A l'allumage, les solitons de cavité présentent des comportements dynamiques transitoires avant de se stabiliser, indiquant que leur émission se fait sur un certain nombre

de modes de la cavité externe [Tanguy 2007, Tanguy 2008b].

La deuxième méthode employée pour obtenir des lasers à solitons de cavité est d'introduire un absorbant saturable dans la boucle de rétro-action [Genevet 2008]. Cette configuration expérimentale a été réalisée en utilisant deux VCSEL placés l'un en face de l'autre, dont l'un des deux joue le rôle d'amplificateur et l'autre d'absorbant. Dans ce cas le système est composé de deux éléments dont les paramètres peuvent être ajustés pour optimiser la stabilité des solitons. De la même manière, la cavité externe offre une extension longitudinale suivant laquelle une dynamique peut se développer. Des régimes transitoires pulsés ont été démontrés [Genevet 2009] indiquant un comportement multi-mode. Des observations très intéressantes de régimes stationnaires pulsés (verrouillage de modes) ont été réalisées en dehors de la boucle de bistabilité. La structure observée n'est donc plus à proprement parler un soliton de cavité car l'état allumé ne coexiste plus avec l'état éteint, mais rien n'indique dans ces observations que l'accrochage de modes longitudinaux à une phase commune n'est pas réalisable dans la boucle de bistabilité. De plus, la formation de structures localisées dans les trois dimensions (espace + temps) a été prédite dans des résonateurs non linéaire à deux niveaux [Brambilla 2004] et dans des micro-résonateurs à semi-conducteurs [Columbo 2006] dans l'approximation d'un milieu instantané. Dans ces études théoriques, c'est l'instabilité modulationnelle qui crée la structuration longitudinale et mène à la localisation temporelle, en même temps que la localisation spatiale.

1.2.2.2 Localisation temporelle

Le verrouillage de modes dans des lasers fortement multi-modes a été proposé comme solution robuste pour la génération de trains d'impulsions très courtes et de forte puissance. La description des régimes de verrouillage de modes dans les lasers comme solution de l'équation de Ginzburg-Landau complexe [Haus 1991], aussi appelée "Master equation" dans ce contexte, a permis de relier les impulsions créées à la notion de soliton temporels. Dans les lasers à fibres optiques, l'ajout d'un terme quintique à l'équation initialement cubique, est utilisé pour décrire une absorption saturable [Grelu 2012], nécessaire à l'obtention de solitons dissipatifs. Le double enjeu, applicatif et fondamental, de l'étude de lasers à modes bloqués a généré de nombreuses recherches. Ainsi, des lasers à fibres optiques en régime de dispersion normale [Renninger 2008, Chong 2006], des lasers à fibre couplés à des absorbants saturables à semi-conducteur [Lecaplain 2009], ou à base de graphène [Zhang 2010] ont permis de générer des solitons dissipatifs comme sources d'impulsions robustes. Plus récemment, l'utilisation de ces systèmes physiques comme support d'étude des solitons dissipatifs a permis de mettre en évidence une grande variété de comportements, comme des évolutions chaotiques, des explosions de solitons ou encore la formation de molécules de solitons [Grelu 2012].

Récapitulatif :

Dans la première partie de cette introduction, nous avons vu les principales propriétés des oscillateurs. L'accrochage d'un oscillateur de phase à un forçage

périodique correspond à une synchronisation, qui dépend de l'amplitude du forçage et du désaccord en fréquence imposé. La synchronisation d'un lot d'oscillateur couplés sous l'influence d'un forçage diffère fondamentalement de la synchronisation sans forçage par la brisure de symétrie de phase. D'autre part, nous avons vu que des défauts de synchronisations peuvent donner naissance à des structures localisées en phase qui possèdent une charge chirale.

Nous avons ensuite effectué un état de l'art des observations expérimentales de solitons dissipatifs dans des cavités optiques. Dans toutes les études théoriques et les réalisations expérimentales présentées la bistabilité optique a été obtenue de trois manières différentes : en ajoutant un forçage externe, en plaçant un absorbant saturable ou un élément sélectif en fréquence dans la cavité.

Les solitons dissipatifs apparaissant dans les systèmes forcés sont accrochés en phase au forçage (symétrie de phase brisée), alors que les solitons existant dans les systèmes non forcés - symétrie de phase, la phase est un mode neutre - la phase des solitons est libre est peu dériver en fonction du temps.

Dans cette thèse nous étudions la dynamique de lasers à semi-conducteurs qui possèdent une extension spatiale le long de la propagation dans le but d'étudier la formation de solitons dissipatifs au cours des processus de synchronisation

1.3 Contenu

Le chapitre 2 (page 21) est porté sur la dynamique d'un laser à solitons de cavité. En partant des travaux précédents sur le système avec la boucle de rétro-action sélective en fréquence [Tanguy 2006], nous analysons les comportements dynamiques qui prennent place le long de la propagation dans la cavité externe. Les solitons de cavités constituent des états localisés dans l'espace transverse du laser et peuvent être stationnaires (intensité constante), osciller en fonction du temps, ou encore former des impulsions [Tanguy 2007].

Afin d'explorer la dynamique de ce système et d'analyser les comportements multi-modes, nous construisons une expérience basée sur un VCSEL de large ouverture associé à une boucle de rétro-action comprenant un réseau de Bragg en volume (Volume Bragg Grating, VBG) agissant comme un filtre en fréquence. Sachant que ce système peut accueillir des solitons de cavités, nous nous attachons en premier lieu à retrouver l'existence de ces derniers et de caractériser leur comportement dans l'espace transverse.

Parallèlement à la mesure du spectre optique nous mettons en place un système de détection rapide pour suivre l'évolution du système en temps réel. En faisant varier les paramètres du système (température, courant de pompage du VCSEL) nous présentons une cartographie de la dynamique d'un soliton de cavité. Parmi les régimes multi-modes observables, nous analysons des régimes désordonnés puis focalisons sur ceux présentant des formes de synchronisation. Pour certaines zones de paramètres les modes longitudinaux se synchronisent en adoptant une phase commune. Cette synchronisation correspond à un régime de verrouillage de modes

que nous caractérisons en surveillant la largeur des pics dans le spectre de puissance. Comme nous accédons aux battements entre les modes présents, la largeur de ces pics nous indique la cohérence de phase du soliton de cavité. L'observation d'un régime comprenant deux impulsions dans la cavité est présenté et interprété comme du verrouillage de mode harmonique, où seulement un mode sur deux est concerné. Tous les comportements présentés dans ce chapitre se produisent à l'intérieur de la boucle de bistabilité, signifiant qu'ils coexistent avec la solution éteinte.

Le verrouillage de mode dans des lasers multi-modes ayant montré qu'il permet de générer des solitons dissipatifs temporels, nous pensons qu'il est possible d'interpréter nos observations comme la localisation temporelle d'un soliton de cavité. Bien que très peu de modes soient impliqués dans la dynamique, une analyse statistique des distances entre impulsions indique qu'elles ont une forme d'indépendance. Ces observations ouvrent clairement la voie à la localisation tri-dimensionnelle, à la formation de *"balles de lumières"*.

Dans le chapitre 3 (page 45) nous nous intéressons à la dynamique d'un autre système expérimental, constitué par un laser en anneau à semi-conducteur fortement multi-mode soumis à un forçage cohérent. Dû à son extension longitudinale, ce système possède un grand nombre de degrés de liberté et présente une large variété de comportements, allant de la synchronisation au forçage à des régimes où des motifs oscillants présentent des dislocations, en passant par des événements extrêmes associés à une charge chirale et la coexistence spatiale de domaines synchronisés avec des domaines turbulents.

Dans un premier temps nous présentons les détails de la configuration expérimentale réalisée, suivie de sa caractérisation. Nous discutons ensuite des paramètres physiques du système auxquels nous avons accès, et du contrôle que nous en avons. En analysant la structure de résonance du laser en anneau nous montrons que nous sommes capables d'ajuster la fréquence du forçage autour d'un mode de la cavité avec une très bonne résolution, et sur toute la largeur spectrale du gain. La mise en place d'un système de détection en temps réel nous permet ici aussi de suivre l'évolution du système avec une haute résolution, et ce sur des temps très longs comparés au temps caractéristique de la variable la plus lente du système (le champ électrique). En plus des mesures de traces temporelles de l'intensité à la sortie du laser, nous accédons à la phase du champ électrique grâce à une mesure hétérodyne. Nous analysons ensuite l'influence du forçage externe en fonction des paramètres imposés au système. En variant la puissance du forçage et son désaccord en fréquence avec le laser en anneau, nous étudions les situations les plus évidentes (accrochage au forçage, motifs périodiques) avant de présenter une partie de la zoologie de la dynamique du système. Le contrôle de température du laser est réalisé en régulant la température du substrat du milieu actif. Cependant, le gain peut subir des variations thermiques internes, responsables des variations du désaccord avec le forçage. Le système présente alors un couplage opto-thermique, où la température est une variable lente couplée à la variable optique (rapide). Nous analysons la dynamique "slow/fast" lorsque le système est positionné sur un

des bords de la zone d'accrochage et présente des sauts relativement réguliers entre différents états [Barland 2003]. L'évolution du désaccord avec la variable thermique faisant partie du système physique, nous ne pouvons pas nous en affranchir. En revanche nous l'exploitons pour étudier les instabilités qui interviennent à partir de l'état synchronisé (uniforme) donnant lieu à des transition entre états. Nous présentons ensuite des régimes où des domaines accrochés au forçage coexistent spatialement avec des domaines décrochés (turbulents). Ces régimes, obtenus pour une faible puissance de forçage et près de la résonance, se caractérisent par la propagation de fronts dont la vitesse dépend de la stabilité relative des états qu'ils connectent([Coullet 2002].

La dernière partie de ce chapitre est consacrée à l'analyse statistique du système. Le système que nous étudions étant un laser spatialement étendu, il constitue une expérience modèle pour l'étude des systèmes hors équilibre. Nous effectuons des analyses statistiques lors de variations du désaccord en fréquence, que nous associons à une analyse spectrale pour obtenir un regard global sur ses comportements. Bien que nous n'offrions pas une étude exhaustive du système, nous proposons une méthode de travail permettant d'appréhender le comportement d'un oscillateur étendu, *i.e.* qui comprend de nombreuses fréquences couplées.

Nous présentons pour finir un régime présentant des événements extrêmes associés à une dynamique de phase non triviale. Ces événements apparaissent comme des impulsions de forte amplitude se formant sur un motif oscillant désordonné. En analysant la dynamique de phase dans ce régime, nous montrons que ce motif correspond à un régime où la phase est bornée et que les événements extrêmes sont eux associés à une excursion de 2π de la phase. Nous proposons alors une méthode de prédiction de ces événements extrêmes sur la base d'une surveillance à deux observables, l'amplitude et la phase du champ électrique, qui n'a encore jamais été réalisée à notre connaissance.

Le dernier chapitre (4, page 91) focalise sur l'étude des solitons de phase observés dans le laser en anneau forcé, vu dans le chapitre 3. Ces solitons de phase sont constitués par un tour de phase de 2π immergé dans l'état accroché et se propagent dans la dimension longitudinale du laser. Nous interprétons ces solitons de phase comme le résultat d'une transition commensuré/incommensuré qui intervient lorsque la périodicité du forçage diffère légèrement de la périodicité naturelle du système [Coullet 1986]. Ils sont ainsi analogues aux kinks du modèle de Frenkel-Kontorova et de l'équation de Sine-Gordon dans un laser étendu le long de la propagation et sont localisés dans la phase de l'onde optique. Ce type de soliton dissipatif n'a encore jamais été observé en optique bien qu'il fasse partie d'une famille de soliton présents dans de nombreux systèmes physiques. Les solitons de phase prennent place dans un système où la symétrie de phase est brisée, mais contrairement aux solitons dissipatifs observés jusqu'ici ([Barland 2002, Leo 2010]), ne sont pas accrochés au forçage.

En mesurant l'évolution de la phase dans le système, nous montrons que les solitons de phase possèdent une seule direction de rotation (positive), indiquant que le

système souffre d'une brisure de symétrie, ayant pour conséquence la déstabilisation de la direction négative. Ils peuvent transporter une charge chirale supérieure à 1, formant ainsi des solitons plus "lourds", et plusieurs solitons peuvent coexister dans l'espace.

Deux modèles numériques ont été développés par nos collaborateurs dans le but de confirmer la nature des solitons de phase et d'en étudier les caractéristiques et les zones de stabilité. Le premier modèle est basé sur des équations de Maxwell-Bloch prenant en compte la géométrie de la cavité ainsi que les spécificités des matériaux semi-conducteurs. Il décrit l'évolution de la polarisation, des porteurs de charges et du champ électrique en fonction de l'espace (longitudinal) et du temps. Le modèle complet peut être réduit à une équation unique pour le champ qui prend la forme d'une équation de Ginzburg-Landau complexe avec forçage, permettant formellement de connecter nos observations avec les solutions localisées génériques des oscillateurs spatialement étendus et forcés. En plus de confirmer notre interprétation des observations expérimentales, ce dernier modèle nous renseigne sur la brisure de symétrie présente dans le système expérimental. Les deux signes de la charge chirale sont stables dans ce modèle alors qu'ils ne le sont ni dans l'expérience, ni dans le modèle complet. Notre interprétation est que la symétrie est brisée par la non-instantanéité du milieu actif, rendu artificiellement instantané lors de la réduction vers l'équation de Ginzburg-Landau complexe.

Nous analysons ensuite les interactions qui prennent place dès lors que plusieurs solitons de phase coexistent dans la cavité. En effectuant des analyses de distances, nous montrons que ces solitons peuvent avoir des comportements particuliers, comme par exemple subir une interaction répulsive, subir des collisions, ou former de molécules.

Les solitons de phase présentent un intérêt du point de vue fondamental car ils se comportent comme des particules (cohérentes) de phase optique interagissant entre elles, où avec des domaines turbulents (structures incohérentes). Leur intérêt applicatif est aussi prometteur, par le fait qu'ils constituent des bits de phase optique pouvant s'insérer dans les réseaux de télécommunication du futur, se tournant vers les communications cohérentes.

Dynamique dans un laser à solitons de cavité

Contents

2.1	Contexte et motivations	21
2.2	Dispositif expérimental : laser à solitons de cavité	22
2.2.1	Expérience réalisée	22
2.2.2	Système de détection	23
2.2.3	Bistabilité optique et solitons de cavité	25
2.3	Dynamique complexe de solitons de cavité	28
2.3.1	Analyse spectrale et dynamique multi-mode	28
2.3.2	Exemples de dynamique complexe	30
2.4	Verrouillage de modes : vers la localisation 3D ?	35
2.4.1	Verrouillage de modes fondamental	37
2.4.2	Verrouillage de modes harmonique et formes d'indépendance	40
2.5	Conclusion	42

2.1 Contexte et motivations

L'étude des solitons dissipatifs dans les cavités optiques, appelés solitons de cavités, a été motivée par l'idée de réaliser un jour la localisation tri-dimensionnelle de la lumière. Des études théoriques ont démontré l'existence de *balles de lumière* dans des cavité optiques non linéaires avec absorbant saturable [Brambilla 2004], dans des milieux à semi-conducteurs [Columbo 2006] et des milieux Kerr dispersifs [Jenkins 2009]. Dans ces prédictions théoriques, le milieu actif doit être instantané (ou rendu instantané) pour que ces structures tri-dimensionnelles puissent exister. Les réalisations expérimentales sont donc limitées par le temps caractéristique (non nul) de relaxation du milieu non linéaire, et l'observation de structures localisées tri-dimensionnelles semble impossible. Pour contourner ce problème, une alternative est de concevoir un système qui utilise un mécanisme différent pour la localisation spatiale (transverse) et la localisation temporelle (longitudinale) et de les associer pour obtenir un état localisé dans les trois dimensions.

Les nombreux travaux menés sur les solitons de cavités [Barland 2002, Pedaci 2006, Barbay 2006, Tanguy 2007] ont exploré différentes réalisations et ont démontré la possibilité de les allumer/éteindre indépendamment les uns des autres, ainsi que les

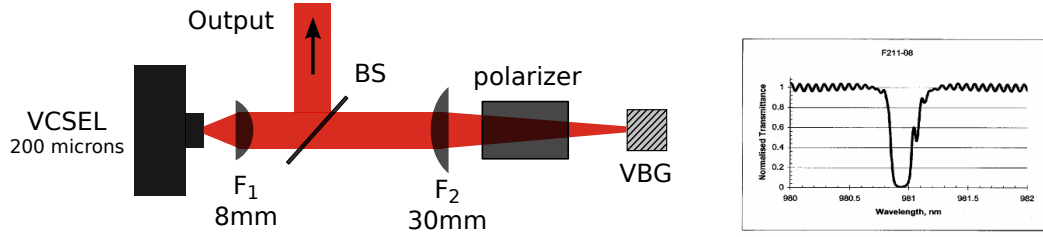


FIGURE 2.1 – Gauche : schéma expérimental du laser à solitons de cavité. VCSEL : laser à cavité verticale émettant par la surface (@975 nm). F1 : lentille asphérique de courte focale $f_1 = 8$ mm et distance de travail $WD_1 = 5.92$ mm. F2 : lentille de focale $f_2 = 30$ mm. Polarizer : polariseur linéaire Glen Thomson orienté verticalement, indice de réfraction 1.66, longueur 25mm. VBG : réseau de diffraction de Bragg en volume. **Droite** : courbe de transmission du VBG en fonction de la longueur d'onde.

positionner ou déplacer de manière arbitraire, offrant un support de connaissance conséquent. Dans les lasers à solitons de cavités (systèmes indépendants, dans lesquels se forment des solitons de cavité), avec absorbant saturable [Genevet 2008] ou élément sélectif en fréquence [Tanguy 2006], l'extension longitudinale offre un troisième degré de liberté suivant lequel la dynamique peut se développer. Ainsi, des solitons non stationnaires ont été observés, notamment lors du processus d'allumage, impliquant un certain nombre de modes longitudinaux de la cavité externe. Dans ce chapitre, nous étudions la dynamique dans un laser à solitons de cavité afin d'explorer des régimes tendant vers la localisation temporelle des solitons, ouvrant alors la voie à l'existence de structures localisées tri-dimensionnelles.

2.2 Dispositif expérimental : laser à solitons de cavité

2.2.1 Expérience réalisée

Le dispositif expérimental est un Laser à Solitons de Cavités (LSC). Il est constitué d'un VCSEL avec un grand rapport d'aspect (diamètre 200 μm) soumis à une boucle de rétroaction sélective en fréquence comme le montre la figure 2.1. La température de la monture du VCSEL est contrôlée et peut être ajustée à 0.01°C près. Le pompage électrique est assuré par une alimentation stabilisée délivrant jusqu'à 500 mA par pas de 0.01 mA. Nous notons I_p le courant de pompage qui constitue l'apport d'énergie dans le VCSEL.

La sortie du VCSEL est collimatée par une lentille asphérique de courte focale, $f_1 = 8$ mm, suivie d'une deuxième lentille de focale $f_2 = 30$ mm permettant de focaliser sur une réseau de Bragg en volume (VBG) qui constitue l'élément sélectif en fréquence de la cavité. Le fait de créer l'image du VCSEL sur le VBG permet d'obtenir une cavité externe auto-imageante. Cela signifie que chaque point du champ transverse est réinjecté à la même position dans la section transverse. Cette condition est nécessaire pour éviter d'introduire un couplage spatial artificiel qui s'ajouterait alors au couplage intrinsèque venant du fait que tout l'espace partage le même gain. La transmission du VBG dépend de la longueur d'onde (voir 2.1) et

offre une fenêtre de haute réflexion sur 0.19 nm autour de 980.9 nm. En dehors de cette zone la transmission approche 100%. Le rôle de la cavité externe est de créer une boucle de rétro-action dont les pertes dépendent de la fréquence. La longueur physique de la cavité externe est de l'ordre de 8.5 cm et sa géométrie prend la forme d'une cavité Fabry-Perot

La température du VCSEL est ajustée autour de $T=70^{\circ}\text{C}$ pour que son spectre d'émission recouvre avec la fenêtre de réflexion du VBG. Les variations de longueur d'onde d'émission en fonction de la température et du courant sont connues dans ce type de laser et vaut ici 0.06 nm/K. Nous pouvons donc la déplacer de $\simeq 4$ nm sur la plage de température de 15°C à 80°C indiquée par les fabricants. Le courant de pompage fait varier la longueur d'onde du laser de 0.0035nm/mA (décalage vers le rouge) par l'échauffement additionnel dû à l'effet Joule, nous permettant ainsi de changer le désaccord en fréquence entre le gain et les modes de la cavité externe avec une bonne résolution.

Le polariseur placé dans la cavité externe assure une polarisation linéaire orientée verticalement. De cette manière nous supprimons le degré de liberté de polarisation qui intervient dans le VCSEL et qui peut offrir une dynamique complexe provenant de la compétition entre les deux polarisations perpendiculaires qui suivent les axes du cristal. Les résonances de la cavité externe sont déterminées par sa longueur. Nous avons déterminé sa longueur géométrique précédemment, mais c'est ici la longueur du chemin optique dont nous avons besoin. Afin de déterminer avec une bonne précision les fréquences caractéristiques de la cavité, nous utilisons la mesure du spectre de puissance indiquant les battements entre les modes (voir détails sur la détection rapide). Nous déterminons alors que l'intervalle spectral libre (ISL), définissant l'espacement en fréquence entre les modes, vaut $\nu_c = 1.42$ GHz. Ceci correspond à un temps d'aller retour dans la cavité $\tau_c = 0.7$ ns et une longueur effective de $L_c = 10.5$ cm.

2.2.2 Système de détection

Une partie du champ est extraite de la cavité externe grâce à une lame séparatrice de faisceau (BS) dont la réflectivité est de l'ordre de 10 %. L'imagerie du champ proche de notre LSC est réalisée en focalisant le faisceau de sortie sur un caméra CCD. De manière à éviter toute réflexion indésirable allant du système de détection vers le système d'étude, nous devons placer un isolateur optique sur le chemin de la détection. En plus de cet élément optique, nous souhaitons placer un iris permettant de restreindre la surface du laser observée par la détection. Ceci sera fondamental lorsque nous voudrons isoler une structure spatiale afin d'en observer ses comportements.

Nous optons alors pour une configuration comprenant deux télescopes consécutifs. Le premier est réalisé grâce aux lentilles F1 et F3 et offre un plan image intermédiaire où nous plaçons l'iris, dont la position peut être ajustée grâce à une platine de translation 3 axes. Le grossissement étant donné par le rapport des focales $f3/f1 = 25$, l'image de la surface du VCSEL y mesure 5 mm de diamètre. le deuxième télescope est constitué par les lentilles F4 et F5 et permet de focaliser sur la caméra CCD

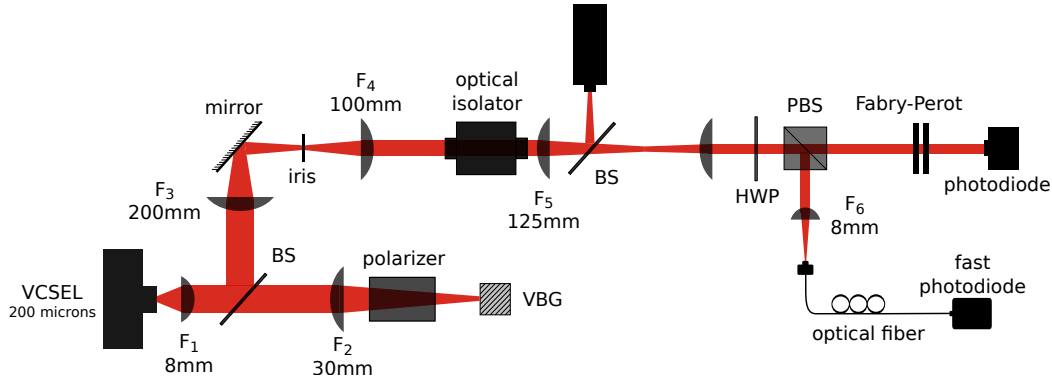


FIGURE 2.2 – Schéma expérimental complet détaillant le système de détection. F_3 , F_4 , F_5 , F_6 et F_7 : lentilles de focales $f_3 = 200$ mm, $f_4 = 100$ mm, $f_5 = 125$ mm, $f_6 = 50$ mm et $f_7 = 8$ mm. Optical isolator : isolateur optique comprenant un rotateur de Faraday et deux polariseurs. BS : lame séparatrice de faisceaux, réflectivité $R = 10\%$. HWP : lame demi-onde. PBS : cube séparateur de faisceaux polarisant.

avec un grossissement de $f_5/f_4 = 1.25$. Nous obtenons alors une image du champ proche de 6.25mm de diamètre correspondant à un grossissement total de 31.25. Les dimensions du capteur étant de 7 mm sur 9.5 mm, nous pouvons observer l'intégralité de la surface du laser. Nous pouvons cependant choisir la surface observée en fermant l'iris et en ajustant sa position. La bonne sensibilité du capteur CCD nous permet de ne prélever qu'une petite partie de la puissance pour la détection du champ proche. Le BS placé en face de la caméra réfléchit seulement 10%, nous permettant de garder la majeure partie pour les détections spectrale et temporelle.

La figure 2.3 montre le champ proche lorsque le système est opéré sous le seuil. Nous distinguons une émission uniforme sur la surface, mis à part deux zones sombres causées par des imperfections diminuant localement le gain. Deux réflexions indésirables venant des deux BS dupliquent l'image du champ proche. Le BS situé devant le capteur CCD donne l'image légèrement décalée en haut à gauche, et le BS positionné dans la cavité crée l'image dans le coin en haut à gauche. Ces images ne posent pas de problème car elles n'affectent que l'image du champ proche sur la CCD. En effet, seul le BS interne à la cavité rentre en compte pour le reste de la détection et les distances parcourues permettent de sortir la réflexion indésirable des optiques.

Dans la mesure où nous voulons étudier la dynamique de ce système, nous devons connaître le nombre de modes en jeu et comprendre comment leur phase respective influence le comportement du laser. Pour résoudre les modes de la cavité externe nous utilisons un interféromètre de Fabry-Perot de type plan-plan avec un intervalle spectral libre (ISL) de 12 GHz. Une finesse de 40 suffit pour distinguer très clairement les fréquences dans le spectre. La détection rapide est effectuée en couplant le faisceau dans une fibre optique multi-mode connectée à une photodiode Thorlabs de bande passante $\simeq 8$ GHz. Nous avons vérifié que l'intégralité de la surface du laser est couplée dans la fibre optique. Il suffit de balayer la position de l'iris sur le contour lorsque le laser émet uniformément (émission spontanée) et de s'assurer que

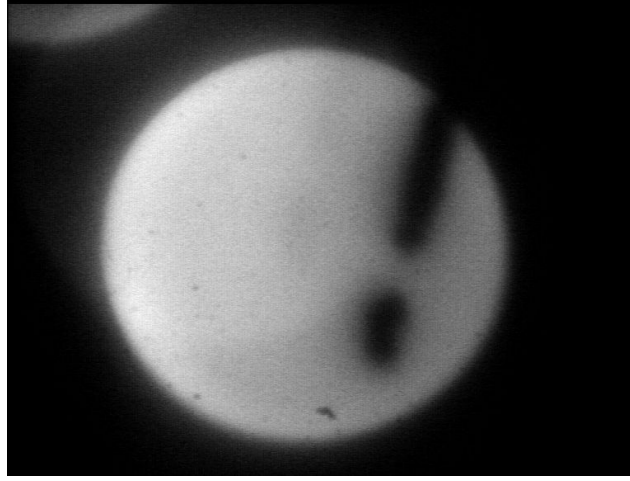


FIGURE 2.3 – Champ proche de l’émission spontanée obtenu pour $T=70.5^{\circ}\text{C}$ et $I=390\text{ mA}$. L’échelle de couleur indique les faibles intensités en noirs et les fortes intensités en blanc.

l’intensité en sortie de fibre n’est pas nulle. S’il n’y a pas de différence d’intensité en bloquant intégralement la surface du laser, nous manquons systématiquement ce qu’il se passe dans cette région de l’espace transverse. En plaçant un cube polariseur (PBS) précédé d’une lame demi-onde (HWP), il est possible de séparer le faisceau en deux tout en choisissant la puissance relative dans les deux sorties et ainsi de choisir la balance de puissance entre la photodiode rapide et le détecteur sensible de l’interféromètre. La photo-diode fournit un signal faible avant d’être amplifié par un amplificateur radio-fréquence (Picosecond pulse labs 5867) avec un gain de 15dB sur la plage de fréquence entre 10 KHz et 15 GHz. Le signal est ensuite partagé pour être dirigé à 4% vers un analyseur de spectre électrique Anritsu de bande passante 23 GHz puis à 96% vers un oscilloscope temps réel Tektronix DPO7000 offrant un échantillonnage à 100 GS/s pour une bande-passante de 23 GHz. Tous les instruments sont connectés à un ordinateur et sont contrôlables à travers des programmes LabView. Il est alors possible de changer les paramètres tels que la température ou le courant de pompage et d’effectuer des mesures automatisées.

Remarquons que le système de détection ne permet pas de mesurer le champ lointain. Il n’est pas nécessaire pour nous d’observer le champ lointain car nous nous focalisons sur l’évolution temporelle de structures localisées dans l’espace transverse : les solitons de cavité.

2.2.3 Bistabilité optique et solitons de cavité

Dans cette partie nous vérifions les caractéristiques des solitons de cavités obtenus et nous familiarisons avec les zones de paramètres sur lesquelles un seul soliton existe. De cette manière nous pourrions étudier de façon isolée le comportement temporel d’un seul soliton. Pour certaines zones de paramètre, il est possible d’observer la coexistence spatiale de plusieurs solitons ([Radwell 2010]), des structures localisées plus complexes ([Genevet 2010a], [Jimenez 2013]), ou des motifs étendus

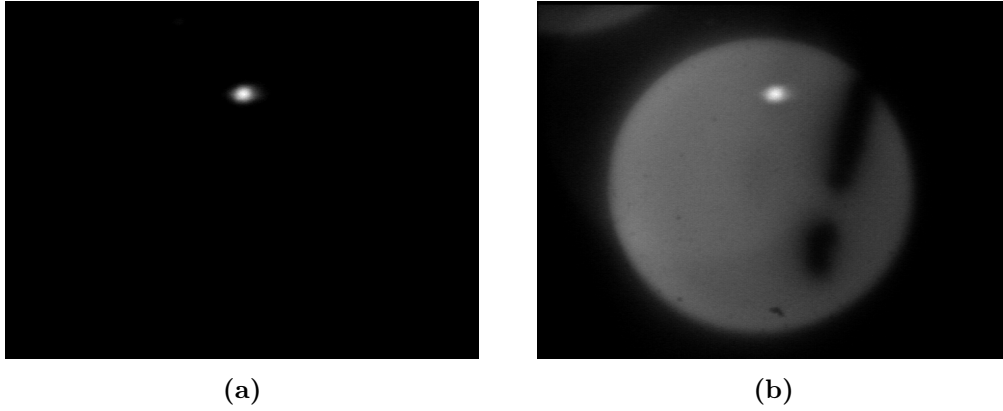


FIGURE 2.4 – Champs proches montrant l’existence d’un soliton de cavité ($T = 70.5^\circ\text{C}$). (a) Soliton de cavité seul pour $I_p = 411$ mA. (b) Superposition de l’image du soliton avec celle de l’émission spontanée de la figure 2.3 permettant de visualiser sa position par rapport au contour du VCSEL.

pouvant influencer sur le comportement d’un soliton [Genevet 2010b]. Nous nous focalisons ici sur les propriétés principales d’un soliton et ne présentons pas la zoologie des structures spatiales qui se développent dans ce système.

La figure 2.4a montre le champ proche obtenu lorsqu’un soliton de cavité est allumé. La superposition avec l’émission spontanée (figure 2.3) permet d’identifier qualitativement sa position sur la surface du laser. Il s’apparente à un spot de forte intensité dont la taille est largement inférieure à la taille du système. Il est important de noter que le fond de l’image (figure 2.4a) est complètement noir alors que nous savons que le soliton existe sur arrière plan uniforme composé d’émission spontanée, c’est à dire non nul. Les réglages de la caméra CCD ne nous permettent pas ici de distinguer à la fois l’émission spontanée et le soliton, au risque de faire saturer l’image. Afin d’acquérir une image correcte de la forme du soliton, nous choisissons d’atténuer la puissance arrivant dans le capteur, ce qui a pour conséquence de faire tomber le fond uniforme en dessous de la sensibilité de ce dernier.

Nous observons dans la figure 2.5 un zoom mettant en évidence la forme du soliton. Les coupes horizontale (rouge) et verticale (noire) passent par le centre du soliton et sont représentées dans l’image par des lignes de la couleur correspondante. Il y a clairement une asymétrie qui se distingue par la différence de largeur du soliton dans les deux coupes. La largeur à mi-hauteur dans la coupe verticale est de $8\,\mu\text{m}$ alors qu’elle vaut $10\,\mu\text{m}$ sur la coupe horizontale. Nous avons identifié la cause de cette observation comme un résultat d’interférence dans la fenêtre de protection de la caméra. En effet il est possible de faire disparaître l’étalement horizontal observé en déplaçant la caméra. Nous déduisons alors que la largeur à mi-hauteur du soliton est de $8\,\mu\text{m}$.

En variant le courant de pompage autour de la zone pour laquelle le soliton s’allume, nous pouvons observer la zone de bistabilité définie par la coexistence de deux états. La figure 2.6 présente l’évolution de la puissance optique pour des valeurs de courant allant de 416 mA à 423 mA, à une température de $T = 69.9^\circ\text{C}$. En allant

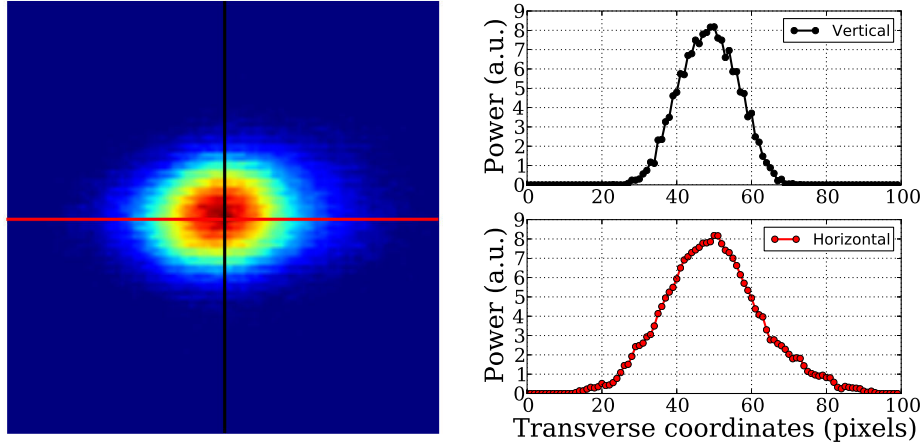


FIGURE 2.5 – A gauche : zoom sur le champ proche du soliton sur une grille de 100×100 pixels. L'échelle de couleur va du bleu au rouge, *i.e.* des faibles aux fortes intensités. A droite : coupes verticales et horizontales du soliton. Les lignes verticale (noire) et horizontale (rouge) sur le champ proche indiquent la position de ces coupes.

de la gauche (faibles courants) vers la droite, nous nous déplaçons sur la branche du bas et le soliton est éteint. Pour $I_p = 420.5$ mA, il y a suffisamment de gain pour compenser les pertes et le soliton s'allume, définissant ainsi la valeur du seuil d'allumage. Au delà de cette valeur nous constatons clairement que la puissance reste sur un plateau et ne monte pas d'avantage. En diminuant alors la valeur du courant (courbe rouge), le soliton reste allumé jusqu'à atteindre $I_p = 416.3$ mA. Entre la valeur d'allumage et la valeur d'extinction, les deux états (haut et bas) coexistent. La bistabilité est obtenue par le fait que l'état allumé (branche du haut) ne possède pas la même densité de porteurs de charge que l'état éteint (branche du bas). Cette différence impose des indices de réfraction différents sur les deux états et donc des résonances de cavité différentes, permettant l'existence d'une solution éteinte (hors résonance) et allumée (à résonance) pour la même valeur de pompage [Naumenko 2006, Tanguy 2008a].

Remarquons que la puissance est constante (au bruit près) sur toute la branche du haut, alors que I_p varie de plus de 6.5 mA. La plage de courant de pompage sur laquelle le soliton existe est suffisamment grande pour faire varier le désaccord en fréquence entre le VCSEL et la cavité externe (Voir section 2.3 page 28). Comme la puissance est obtenue en intégrant sur toute l'image du champ lointain, elle est nulle lorsque le soliton est éteint bien que l'émission spontanée est toujours présente. Dans la mesure, nous voyons un signal moyenné, qui coupe toutes les variations d'intensité dues à une dynamique rapide. Maintenant que nous avons montré que notre système expérimental permet d'observer des structures localisées bistables (des solitons de cavité), il est possible d'étudier ce qu'il se passe dans le temps, *i.e.* le long de la propagation.

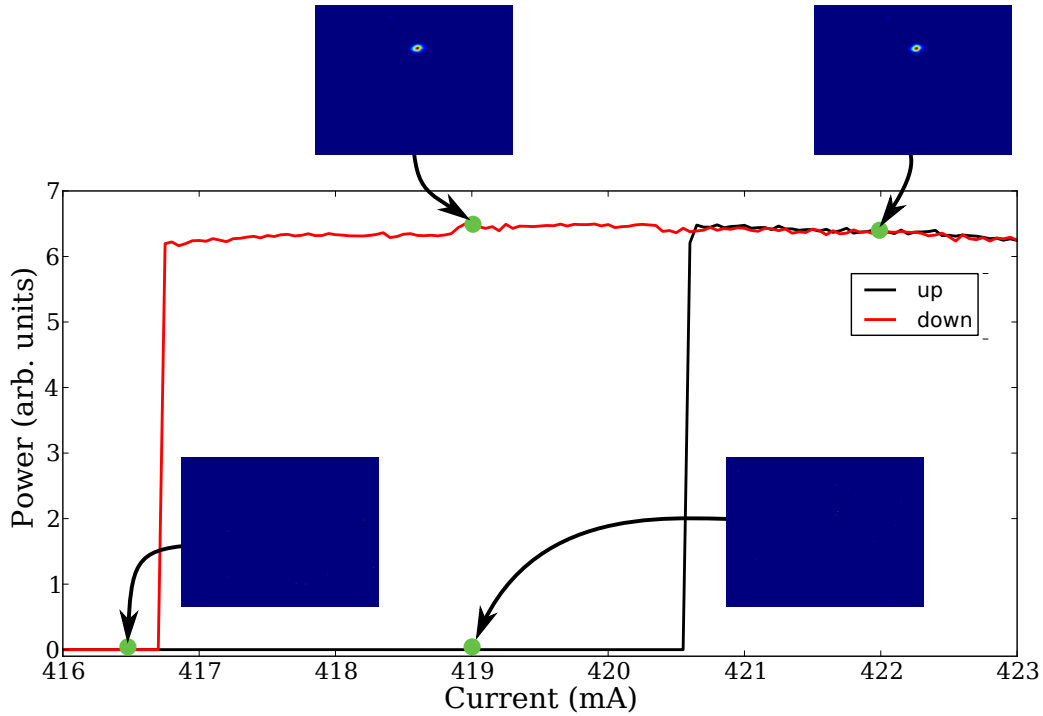


FIGURE 2.6 – Boucle de bistabilité associée au soliton de cavité pour I_p compris entre 416.3 et 420.5 mA à $T = 69.9^\circ\text{C}$. La puissance est mesurée en intégrant sur toute la surface du champ proche.

2.3 Dynamique complexe de solitons de cavité

La cavité externe à un rôle fondamental pour créer des structures localisées dans l'espace transverse, mais offre en même temps une extension longitudinale. Des modes se développent le long de la propagation ce qui constitue un degré d'espace de liberté au système. Nous étudions dans cette partie comment la dimension longitudinale impacte l'intensité d'un soliton de cavité, en sachant que le soliton n'évolue pas dans l'espace transverse. En effet, dans toutes les observations qui suivent, la forme du soliton est identique et c'est pourquoi nous focalisons sur l'évolution le long de la propagation.

Afin d'identifier les différents régimes de fonctionnement, nous devons effectuer des mesures permettant de remonter au nombre de modes, avec quelle amplitude il émettent et avec quelle phase relative.

2.3.1 Analyse spectrale et dynamique multi-mode

La figure 2.7 montre l'évolution du spectre optique mesuré avec l'interféromètre de Fabry-Perot en fonction du courant de pompage. Nous visualisons la montée (gauche) et la descente (droite) du courant pour la même température que la figure 2.6. La zone de bistabilité est alors située entre 416.3 mA et 420.5 mA. En montant le courant, il n'y a aucun pic dans le spectre jusqu'à l'allumage du soliton où un pic

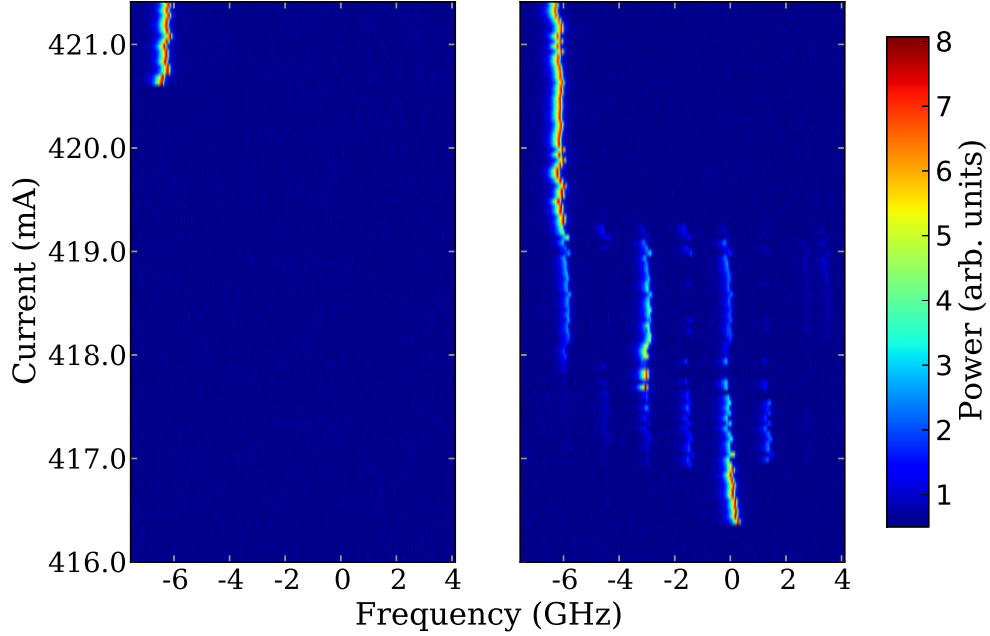


FIGURE 2.7 – Spectre optique obtenu en fonction du courant de pompage, montrant que le soliton peut émettre sur un ou plusieurs modes longitudinaux. **Gauche** : courant croissant. **Droite** : courant décroissant. Les paramètres utilisés sont identiques à la figure 2.6. L’origine des fréquences est centrée sur le pic juste avant l’extinction dans le spectre de droite.

apparaît : le soliton émet sur un seul mode longitudinal. Sur la partie descendante, le spectre suit une séquence où de nombreuses fréquences apparaissent indiquant une dynamique multi-mode. Grâce à cette mesure nous savons que le soliton n’a pas un comportement unique lors des variations du courant de pompage. Il est en effet capable d’émettre sur un seul mode ou sur une superposition de modes. Ce comportement multi-mode a été observé dans les expériences des VCSEL couplées mutuellement, dans le régime transitoire qui suit l’allumage, où encore dans des régimes stationnaires pulsés, au delà de la boucle de bistabilité ([Genevet 2009]). Pour des valeurs de pompage supérieures à 419.2 mA, ou inférieure à 417 mA, un seul mode entre en jeu et l’intensité résultante est constante en fonction du temps. Entre ces deux valeurs, le soliton émet sur plusieurs modes longitudinaux. Dans le cas multi-mode, l’intensité du soliton peut varier, dépendant principalement du couplage entre ces fréquences à travers le gain, de leur phase relative. L’espacement en fréquence le plus faible que nous pouvons voir dans le spectre optique correspond à l’ISL de la cavité externe, qui vaut environ 1.42 GHz. Par exemple, pour un courant de 417.5 mA le spectre présente cinq pics espacés d’un ISL, indiquant que cinq modes consécutifs de la cavité participent. Le système peut aussi bien émettre sur plusieurs modes non consécutifs, comme par exemple à 418.5 mA où l’espacement entre les pics est cette fois-ci de deux fois l’ISL.

Remarquons les deux zones de courant où le soliton émet sur un mode ($I_p < 417$ mA

et $I_p > 419.2$ mA) diffèrent par le fait que ce n'est pas le même mode, et nous observons par conséquent que le pic se trouve à une autre position. Entre le début et la fin de la variation de courant, le soliton s'est déplacé de quatre modes. Les variations de courant induisent un décalage des fréquences dans le VCSEL, imposant des contraintes sur l'accord avec les modes de la cavité externe. Ainsi, en s'écartant suffisamment de la fréquence initiale, nous observons des sauts de modes. le système veut toujours émettre à la fréquence la plus favorable qui dépend de l'accord avec les modes de la cavité externes et de la fenêtre de réflexion du VBG. Lorsque le soliton émet sur plusieurs modes, nous voyons qu'il y a toujours un mode qui contient plus d'énergie que les autres du fait qu'il satisfait mieux les conditions de résonance que ces voisins. L'existence de régimes multi-mode est en soit surprenante car nous pourrions imaginer que le système préfère émettre sur une seule fréquence (la moins coûteuse), et qu'il saute éventuellement sur une fréquence voisine lorsque celle-ci devient avantageuse. Dû aux interactions non linéaires dans le milieu actif, le système peut préférer émettre sur plusieurs fréquences en répartissant son énergie totale et c'est ce qui est mis en évidence dans le spectre optique de la figure 2.7.

En variant la température du laser, nous modifions la largeur du gain et déplaçons aussi la position de son maximum. Le courant de pompage contrôle lui la quantité d'énergie injectée dans le système mais à aussi un impact sur les fréquences d'émission par le décalage de température supplémentaire venant de l'effet joule. La mesure du spectre présentée précédemment donne donc l'information sur l'évolution des fréquences dans le système pour cette valeur précise de température. Si la température augmente, le gain s'élargit et donc diminue localement, et il faut atteindre un courant plus haut pour observer l'allumage du soliton. Du point énergétique, augmenter la température aura pour conséquence de décaler la boucle de bistabilité vers des courants plus haut.

Du point de vue fréquentiel, cela se complique car les deux paramètres (courant et température) imposent un décalage en fréquence différent. Les conditions d'accord avec les modes de la cavité externe varient et comme nous nous intéressons à la dynamique à l'intérieur de la boucle de bistabilité (dans une zone finie en courant), nous observerons des séquences spectrales différentes.

2.3.2 Exemples de dynamique complexe

En analysant uniquement le spectre optique, nous connaissons le nombre de modes impliqués et leur amplitude relative, mais nous n'avons aucune idée de leur phase. Nous devons observer l'évolution de l'intensité grâce au système de détection rapide pour résoudre en temps réel le comportement du système au cours des variations de paramètres.

Dans cette section, nous nous intéressons à des régimes où beaucoup de fréquences sont en jeu et présentent une dynamique complexe. Nous discuterons dans la section suivante (2.4, page 35) des cas particuliers où les modes longitudinaux synchronisent leur phase, amenant alors le soliton à émettre périodiquement des impulsions dont

la taille est inférieure à celle du système. Nous rappelons que les structurations qui prennent place le long de la propagation correspondent à l'évolution de l'intensité du soliton de cavité. En surveillant le champ proche, il a été vérifié qu'il n'y a pas d'évolution dans l'espace transverse, *i.e.* le soliton est stable.

La figure 2.8 présente les caractéristiques temporelles et spectrales d'un régime multi-mode. Le laser est opéré à $I_p = 417.1$ mA et la température $T = 69.9^\circ\text{C}$, nous sommes sur l'état allumé de la zone de bistabilité vue en 2.7. Les traces temporelles (2.8a) montrent l'évolution de l'intensité sur environ 180 tours de cavité (200 ns) et 14 tours de cavité (10 ns) respectivement de haut en bas. Le signal évolue à des échelles de temps rapides, inférieures au temps que met la lumière à faire un tour de cavité, et suit aussi une évolution lente prenant place sur une quarantaine de tours de cavité. Les variations rapides sont typiques d'une dynamique multi-mode et semblent former un signal périodique avec des irrégularités. Le diagramme spatio-temporel (2.8c) permet de suivre l'évolution du système sur 1 500 tours de cavité dans le référentiel tournant à la vitesse de la lumière dans la cavité (voir détails en annexe A page 131). Nous pouvons ainsi visualiser comment l'intensité se structure le long de la dimension longitudinale du système et évolue au cours du temps. L'arrière plan est constitué d'un motif oscillant qui dérive vers la gauche auquel s'ajoute un pulse central oscillant à la même fréquence. Grâce à cette représentation, nous avons une bonne idée de la périodicité du motif et voyons que la dynamique est organisée suivant différentes fréquences tout en présentant une certaine régularité.

Les spectres de puissance (2.8b) permettent d'extraire l'information sur ces fréquences. Le panneau du haut montre le spectre sur une plage de fréquences de 12 GHz, recouvrant un peu plus de la bande passante de la détection et offrant la possibilité de voir jusqu'à huit fois l'ISL de la cavité externe. Dans ce régime le système émet sur de nombreux modes : nous observons les battements entre modes longitudinaux sur tout le spectre, correspondant à une dynamique établie sur huit modes minimum. Les deux panneaux suivant présentent des zooms autour de deux premiers pics du spectre sur des intervalles respectifs de 100 et 200 MHz. Chaque pic correspondant au battement entre des modes de cavité est en fait composé de plusieurs pics. Autour de 1.42 GHz le pic central (le plus ample) est entouré de deux pics satellites espacés chacun de 22 MHz du pic central. Cette fréquence impose une modulation dont la période vaut environ 65 tours de cavité, correspondant à celle que nous observons dans l'intensité (2.8a et 2.8c). Autour de la première harmonique, la séparation entre les pics est toujours de 22 MHz et nous voyons qu'un troisième pic satellite apparaît sur la droite. nous savons à présent que la séparation entre les pics satellites et les modes de cavité correspond à la fréquence de modulation qui apparaît dans l'intensité. Cela signifie que l'apparition de ces pics dans le spectre impose la présence de la modulation dans l'intensité d'émission du soliton de cavité. Il y a une asymétrie entre la droite et la gauche du pic central, qui se distingue facilement en comparant la hauteur des pics. Remarquons que la largeur des pics est très faible, de l'ordre de 100 KHz, ce qui indique que le mécanisme qui impose l'existence de ces pics satellites donne dans ce cas une grande cohérence de

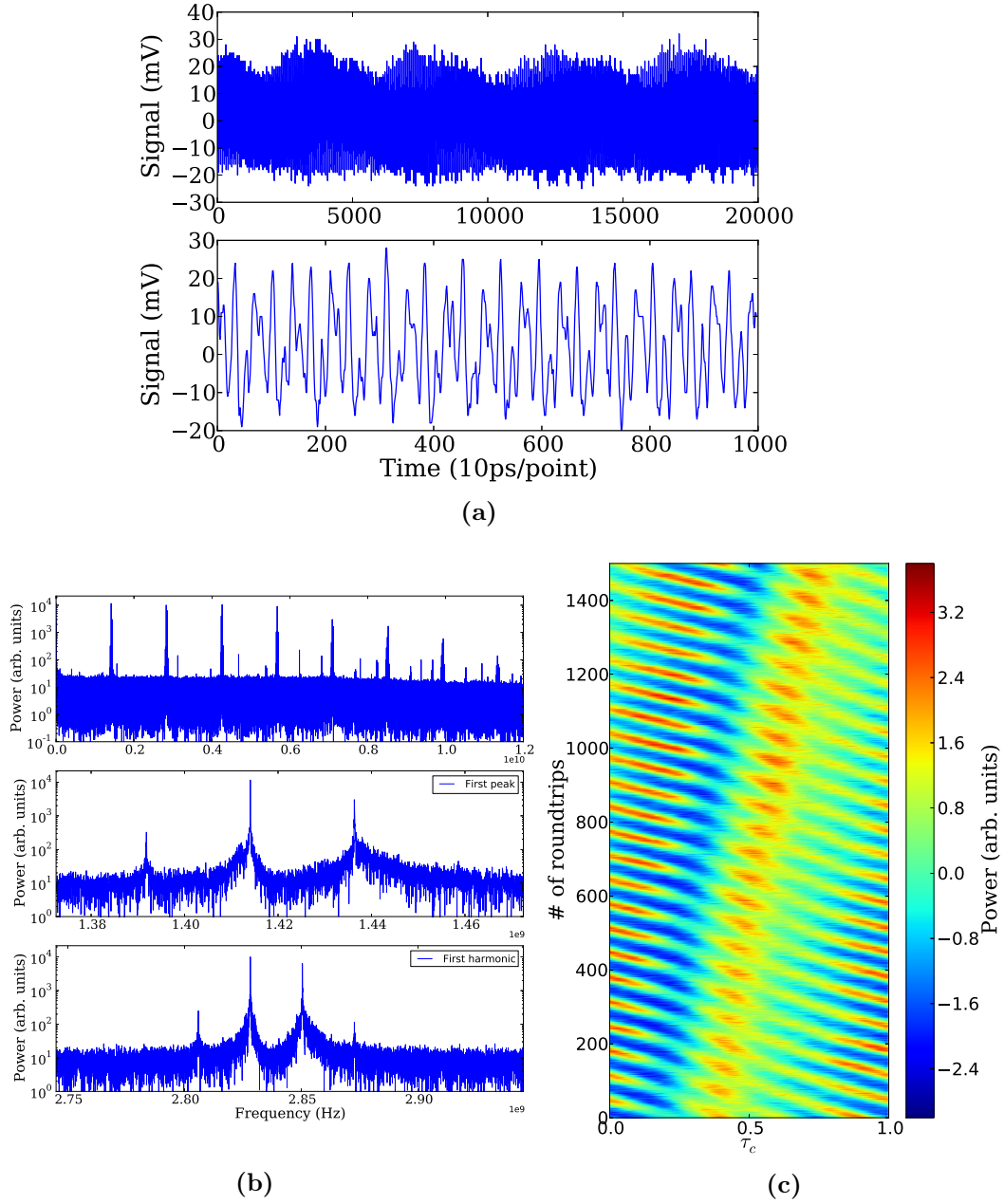


FIGURE 2.8 – Dynamique multi-mode observée à 417.1 mA pour $T = 69.9^\circ\text{C}$. (a) Traces temporelles montrant respectivement 200 ns et 10 ns, de haut en bas. (b) Spectres de puissance calculés à partir des traces temporelles montrant (12 GHz), et des zooms sur 100 MHz autour du premier mode de cavité (1.42 GHz) et 200 MHz autour de la première harmonique (2.84 GHz). (c) Diagramme spatio-temporel montrant l'évolution de l'intensité dans la cavité étendue en fonction du temps.

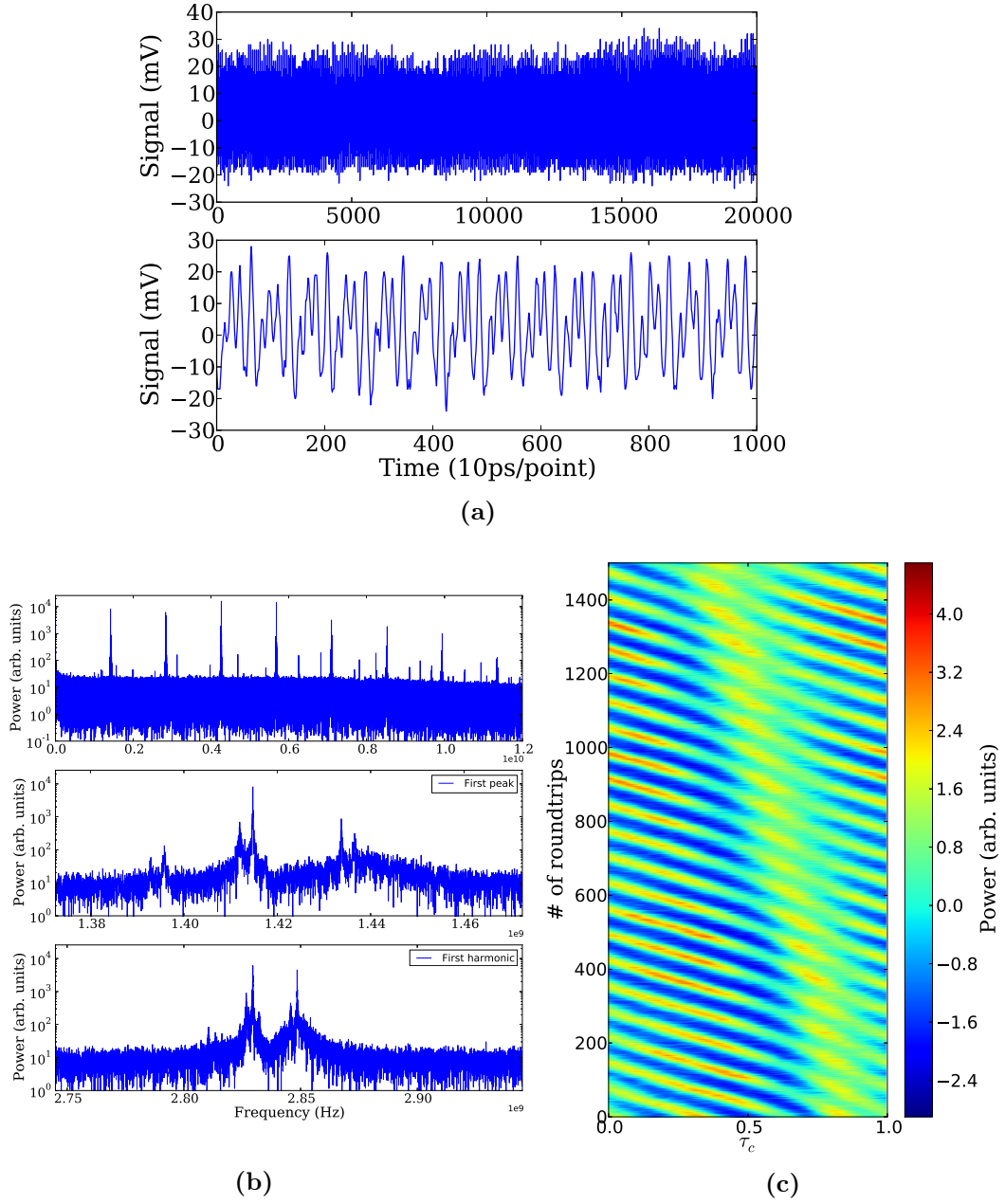


FIGURE 2.9 – Dynamique multimode obtenue pour 417.3 mA et $T = 69.9^\circ\text{C}$. Les différents graphiques sont tracés de manière identique à la figure 2.8 pour faciliter la comparaison.

phase.

La figure 2.9 présente de manière identique à la figure 2.8 le régime observé pour $I_p = 417.3$ mA. La trace temporelle montre une dynamique équivalente à la précédente à la différence que la modulation lente n'apparaît plus clairement. Le diagramme spatio-temporel nous permet d'identifier que le pulse central n'a pas la même pente, *i.e.* la même fréquence de répétition. Les valeurs maximales de l'intensité sont maintenant explorées par le haut de la modulation et non plus par le pulse central. Ces observations semblent montrer que la faible variation dans le courant de pompage de 417.1 à 417.3 mA est responsable d'un désaccord en fréquence suffisant pour détériorer le motif précédent. Le spectre de puissance (2.9b) indique que le nombre de modes en jeu est semblable sur toute la bande passante de la détection, en revanche la structure des pics autour de chaque mode de la cavité est différente. Nous voyons maintenant que le pic central et les pics satellites sont dédoublés. La distance en fréquence correspondante est de 2.8 MHz.

Dans les spectres des figures 2.8 et 2.9, le pic qui apparaît à droite de chaque mode de cavité est plus haut, et semble monté sur un pic large et de faible amplitude qui n'apparaît pas de l'autre côté (à gauche).

Ce qui est remarquable, c'est que pour les deux valeurs de courant, la position du pic par rapport à cette bosse varie et impacte la puissance incluse dans le pic (sa hauteur dans le spectre). Lorsque qu'un pic est étroit dans le spectre, la modulation correspondante possède une cohérence de phase très grande, et inversement, si le pic est large dans le spectre, la cohérence de phase se voit diminuée. Cette observation, nous indique qu'il y a un transfert d'énergie entre une émission fortement cohérente et partiellement cohérente du soliton de cavité. Nous n'effectuons pas une étude quantitative de la cohérence, mais la variation de la forme des pics avec le désaccord entre le gain et la cavité en témoigne. Nous n'avons pas d'interprétation pour l'asymétrie entre la droite et la gauche de chaque pic correspondant au modes de la cavité. Une piste éventuelle à explorer serait de vérifier si les oscillations de relaxation (RO) sont impliquées ou non. En effet, la forme du pic large et de faible puissance peut être dû à la présence d'un battement entre les RO et les modes de la cavité [Lang 1980]. Dans cette mesure nous n'avons pas d'évidence de leur implication, mais l'amplification des RO autour des résonances du système semble très intéressante à étudier. Dans [Mørk 1990], les auteurs étudient l'effet d'une boucle de rétro-action sur les RO. Ils montrent que pour une faible puissance ré-injectée les RO sont amplifiées menant le système vers un comportement chaotique, alors qu'une forte puissance a tendance à accrocher les fréquences entre elles, minimisant ainsi l'apparition de régimes désordonnés.

Les régimes présentés ici sont compliqués à analyser car ils contiennent un grand nombre de fréquences avec des phases non synchronisées. La dynamique multi-mode des solitons de cavité est en soi très intéressante car l'état allumé n'est pas stationnaire, et coexiste toujours avec l'état éteint du soliton.

Nous avons à présent une idée des principales caractéristiques de l'évolution temporelle du système et savons que la détection permet d'identifier les différents régimes. En ajustant la température et le courant de pompage du laser, nous sommes en me-

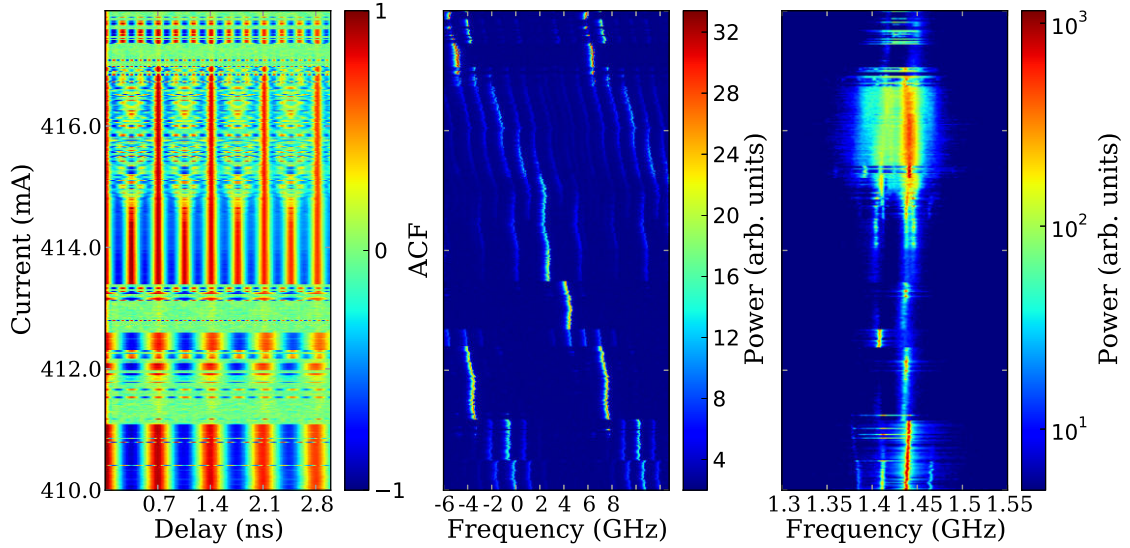


FIGURE 2.10 – Analyse détaillée de la dynamique du système à $T = 70.47^\circ\text{C}$, pour I_p décroissant de 418 à 410 mA par pas de 0.02 mA, le soliton est bistable entre 410 et 414.4 mA. **Gauche** : auto-corrélation de la trace temporelle tracée sur l'équivalent de quatre temps d'aller-retour dans la cavité (4×0.7 ns). **Milieu** : spectre optique mesuré, l'échelle des fréquence est centrée sur le maximum en $I_p = 410$ mA pour repérer l'ISL du laser. **Droite** : spectre de puissance calculé sur les traces temporelles avec une résolution de 25 KHz, représenté sur 250 MHz autour du premier pic (1.42 GHz).

sure de modifier suffisamment les conditions d'accord en fréquence pour permettre au soliton d'émettre de façon de mono-mode ou multi-mode. Il est évidemment possible d'amener le système hors de la boucle de bistabilité afin d'observer des situations encore plus désordonnées : plus le pompage est fort, plus il apporte d'énergie au système. Ceci implique que la répartition d'énergie peut se faire sur un nombre plus grand de modes ayant pour conséquence une dynamique plus complexe.

Dans ce travail, nous nous intéressons plus particulièrement au cas où l'état allumé coexiste toujours avec l'état éteint. Les résultats présentés dans cette partie ont permis de se familiariser avec le système, et de mettre en évidence son caractère tridimensionnel : il possède une extension spatiale transverse dans laquelle le soliton est localisé, et une extension longitudinale le long de laquelle la dynamique prend place.

2.4 Verrouillage de modes : vers la localisation 3D ?

La dynamique multi-mode des solitons de cavité a été discutée dans la section précédente (2.3, page 28) et a montré que l'intensité peut se structurer le long de la propagation. Les motifs créés dépendent du nombre de modes en compétition et de leur phase relatives. Si un seul mode émet l'intensité sera uniforme, avec deux modes oscillant en phase nous verrons une oscillation provenant du battement

entre leur fréquence, et ainsi de suite. La durée des structures créées le long de la propagation est une variable conjuguée à la largeur spectrale, *i.e.* le nombre de modes. Pour un nombre de modes suffisamment grand, la synchronisation des phases mène à l'observation de pulses courts contenant la majeure partie de l'énergie du système. Ce régime, appelé verrouillage de modes, nous intéresse car il a été associé à la formation de solitons temporels dans des lasers à fibre optique [Lecaplain 2009, Grelu 2012] et dans des micro-résonateurs forcés par une injection cohérente [Del'Haye 2007, Herr 2014].

Dans cette section, nous allons voir que les modes longitudinaux de la cavité externe peuvent se synchroniser et permettre au soliton de cavité de se trouver dans le régime de verrouillage de modes. Afin d'identifier aisément les zones de paramètres où ce régime a lieu, nous proposons d'analyser à la fois le spectre optique, le spectre de puissance et l'auto-corrélation de l'intensité. Ces trois grandeurs sont représentées dans la figure 2.10 en fonction du courant de pompage I_p pour une température $T = 70.47^\circ\text{C}$. La boucle de bistabilité se situe entre 410 et 414.4 mA et la mesure est effectuée pour I_p décroissant de 418 à 410 mA. Nous nous déplaçons ainsi sur la branche haute de la bistabilité pour des valeurs de pompage inférieures à 414.4 mA. L'auto-corrélation de l'intensité est représentée sur des délais allant jusqu'à quatre fois le temps d'aller retour dans la cavité permettant de visualiser facilement le caractère périodique de la dynamique. Le spectre optique donne l'information sur la quantité de modes et leur espacement, et le spectre de puissance nous indique la forme des pics correspondant aux modes de cavités. En observant ces trois grandeurs, nous pouvons identifier des régimes mono-modes, des régimes multi-modes désordonnés ou encore des régimes avec une périodicité très bien définie.

En partant du bas ($I_p = 410$ mA), l'auto-corrélation présente des maxima pour des délais correspondant aux multiples de τ_c , le spectre optique indique la présence de quatre ou cinq modes, et le spectre de puissance montre que le pic de cavité est accompagné de pics satellites semblables à ce que nous avons vu dans les figures 2.8 et 2.9. En augmentant I_p , ces pics satellites disparaissent mais l'auto-corrélation ne change pas. Le spectre optique montre que les fréquences des modes allumés se sont décalés d'une valeur inférieure à l'ISL. Ce décalage est surprenant car il ne constitue pas un saut de mode comme nous pouvons l'attendre, mais semble relié au fait que les pics satellites disparaissent du spectre de puissance. A partir de $I_p = 411$ mA le soliton émet sur un mode, ce qui se remarque par la présence d'un pic dans le spectre optique et d'une auto-corrélation nulle partout sauf en zéro. Le spectre de puissance est aussi plat, mais nous distinguons toujours une trace du battement autour 1.42 GHz (quasiment négligeable) indiquant que le système n'est pas parfaitement mono-mode, donc que les modes adjacents ne sont pas complètement éteints. Le système suit ensuite une séquence où des changements rapides s'opèrent avec les variations du courant de pompage, puis nous retrouvons une émission mono-mode autour de $I_p = 413$ mA.

Un régime très intéressant sort à $I_p = 413.6$ mA pour lequel un mode sur deux est allumé. Le spectre optique indique que quatre modes sont impliquées dans la

dynamique, chacun espacé de deux ISL. Nous voyons dans l'auto-corrélation que les maxima sont placés aux multiples de $\tau_c/2$ indiquant que la période temporelle est divisée de moitié par rapport au régime obtenue pour $I_p = 410$ mA. Le spectre de puissance montre que le premier pic correspondant aux modes de la cavité disparaît presque entièrement, confirmant que l'espacement entre les modes est de deux fois l'ISL. Dans ce régime, la trace temporelle présente deux impulsions par tour de cavité. Remarquons que la largeur des pics dans l'auto-corrélation est très différente pour $I_p = 410$ mA et $I_p = 414$ mA. Nous attribuons cette variation au fait que les deux régimes accueillent des impulsions dont la largeur est différente. Plus les impulsions sont étroites, plus le pic dans l'auto-corrélation est étroit. Ces deux régimes sont étudiés en détail dans les sections 2.4.1 (page 37) et 2.4.2 (page 40) où nous pouvons clairement distinguer les différences dans la largeur des impulsions. Au dessus de $I_p = 414.4$ mA nous sortons de la boucle de bistabilité et ne pouvons donc plus décrire le soliton de cavité comme un état localisé. Bien que le profil spatial de la structure observée soit identique à celui d'un soliton, la coexistence avec la solution zéro est nécessaire pour en faire un état localisé. La dynamique intervenant au delà de la boucle de bistabilité présente un grand nombre de modes. L'auto-corrélation ne contient plus seulement les signatures des modes de cavité et le spectre de puissance montre que le pic s'élargit fortement, notamment autour de $I_p = 416$ mA, indiquant que les régimes présents sont désordonnés. Pour $I_p \simeq 417$ mA et $I_p \simeq 417.5$ mA, l'auto-corrélation indique que des régimes avec respectivement 3 et 6 impulsions par tour de cavité sont observables démontrant que des régimes autres que le régime harmonique peuvent exister.

Dans la suite de cette étude nous allons détailler trois situations pour lesquelles les phases des modes se synchronisent formant ainsi des impulsions dont la taille est inférieure à la taille du système. Deux d'entre elles font intervenir des modes consécutifs, *i.e.* verrouillage de mode fondamental, et la troisième correspond au cas où un mode sur deux est allumé, *i.e.* verrouillage de mode harmonique. dans ce dernier régime, nous verrons que les deux impulsions qui se propagent dans la cavité montrent des signes d'indépendance, ingrédient essentiel à la localisation tridimensionnelle : balles de lumière.

2.4.1 Verrouillage de modes fondamental

D'après les informations recueillies dans la figure 2.10, nous pouvons nous attendre à un régime de verrouillage de modes pour des valeurs de pompage entre 410.5 et 411 mA, car la dynamique semble profiter d'une cohérence de phase élevée. La figure 2.11 présente le régime obtenu à $I_p = 410.60$ mA pour lequel le soliton émet de façon pulsée avec un taux de répétition correspondant à la fréquence fondamentale de la cavité (l'ISL). Les traces temporelles et le diagramme spatio-temporel montrent que le signal est très stable au cours du temps. La détection rapide nous permettant d'acquérir les traces temporelles coupent la partie continue du signal. Nous observons alors seulement les variations rapides de la puissance du soliton et c'est pour cela que l'axe vertical des traces temporelles, et donc l'échelle de couleur

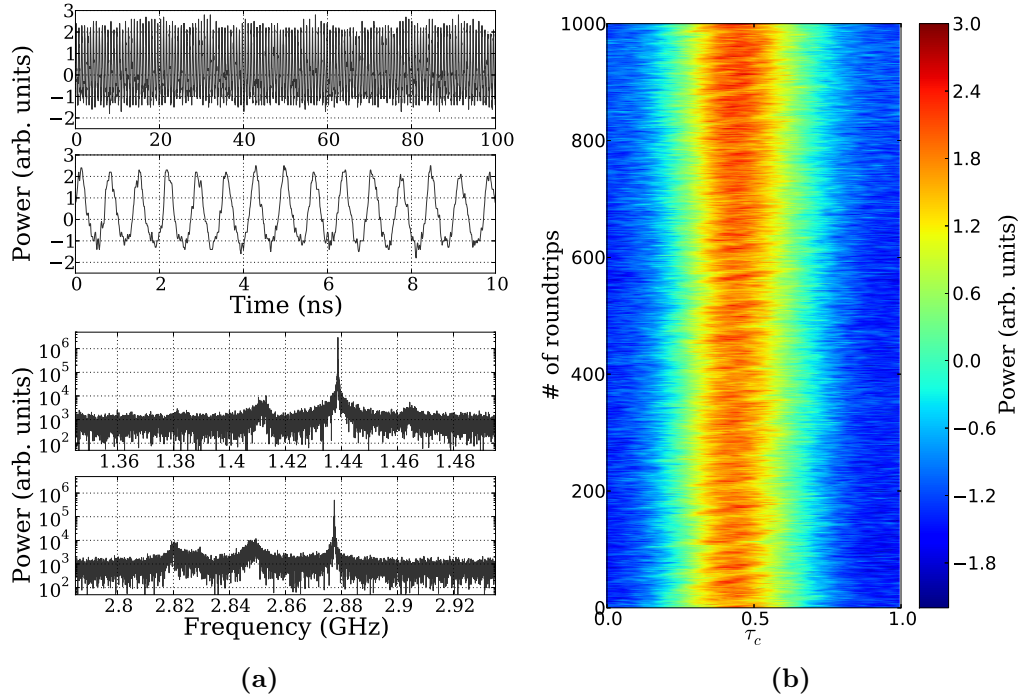


FIGURE 2.11 – Régime de verrouillage de modes fondamental obtenu pour $I_p = 410.60$ mA à $T = 70.47^\circ\text{C}$. **(a) - haut** Traces temporelles 100 ns et 10 ns respectivement de haut en bas. **(a) - bas** Spectre de puissance montrant une fenêtre de 150 MHz autour du pic fondamental et harmonique respectivement en haut et en bas, avec une résolution à 25 KHz. **(b)** Diagramme spatio-temporel représentant 1000 tours de cavité dans le référentiel de l'impulsion, c'est à dire en utilisant 69.5 points par tour de cavité.

du diagramme spatio-temporel, possèdent des valeurs négatives.

Dans ce régime, le soliton de cavité émet sur cinq modes et nous voyons que l'impulsion créée est inférieure à la longueur de la cavité. Pour observer la formation d'une impulsion, il faut que les phases respectives de modes se synchronisent. Afin d'avoir une estimation de cette synchronisation nous pouvons regarder la forme des pics dans le spectre de puissance : plus les modes sont en phase, plus les pics de battement deviennent étroits. Les deux parties du spectre de puissance tracées autour des deux premiers pics de battement entre modes montrent toutes deux des pics très fins. En première observation, la présence du pic fondamental et de la première harmonique nous indique que les modes en compétition sont des modes adjacents dans la structure de résonance de la cavité externe. Ceci explique le fait que nous observons la formation d'une seule impulsion dans la cavité. Le spectre de puissance étant calculé sur la trace temporelle, longue de $40\ \mu\text{s}$, nous obtenons une résolution de 25 KHz. La largeur à mi-hauteur des deux pics observés est inférieure à 100 KHz ce qui est très faible comparé à la largeur naturelle du soliton d'environ 10 MHz [Tanguy 2008a]. Nous déduisons alors que le régime en question est un régime de verrouillage de modes.

Nous avons alors une évidence expérimentale de la synchronisation des phases dans

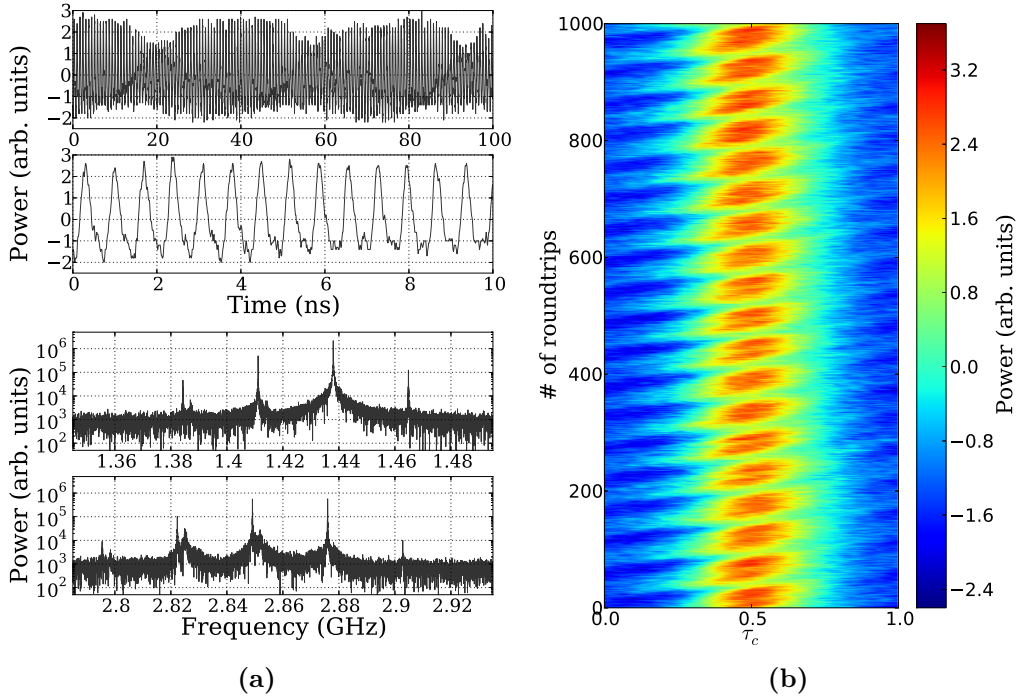


FIGURE 2.12 – Régime de verrouillage de modes fondamental avec une modulation, obtenu pour $I_p = 410.24$ mA à $T = 70.47^\circ\text{C}$. Les figures sont tracées de la même manière que dans la figure 2.11.

l'émission multi-mode d'un soliton de cavité. Ceci constitue la première observation de solitons de cavité dans un régime de verrouillage de modes. Rappelons que cet état pulsé coexiste avec l'état éteint, signifiant que le soliton de cavité est non seulement localisé spatialement, mais présente les caractéristiques indiquant qu'il peut aussi être localisé dans le temps.

Le nombre de modes étant faible, l'impulsion résultante est relativement longue et nous avons l'impression en regardant la trace temporelle que le signal est pratiquement harmonique. Cependant les mesures spectrales nous permettent de savoir qu'il y a cinq modes en jeu dans ce régime et que les phases sont clairement synchronisées. Un autre point important qui régit la forme de l'impulsion est l'amplitude relative entre les modes. Dans le spectre optique, nous avons vu que lorsque plusieurs modes sont allumés il y en a toujours un qui contient plus d'énergie que les autres. Par conséquent la profondeur de modulation du signal est faible et donc l'intensité ne retombe pas à zéro entre deux impulsions.

En diminuant légèrement le courant de pompage, le spectre de puissance présenté dans la figure 2.10 laisse apparaître des pics satellites autour de la fréquence fondamentale (1.42 GHz). Nous avons vu dans la section précédente (2.3, page 28) que la distance de séparation en fréquence entre ces pics correspond à la fréquence de modulation visible dans l'intensité. Dans la figure 2.12, nous présentons le régime de verrouillage de modes (cf. figure 2.11) auquel s'additionne une modulation lente. Le courant de pompage $I_p = 410.24$ mA et la température est identique au

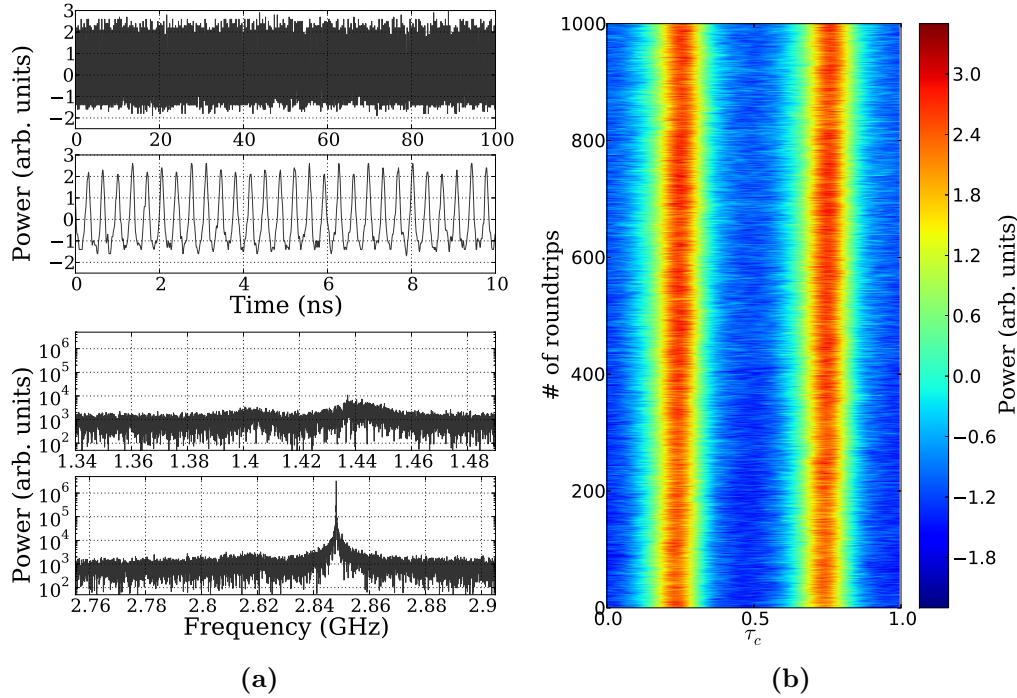


FIGURE 2.13 – Régime de verrouillage de modes harmonique obtenu pour $I_p = 413.60$ mA à $T = 70.47^\circ\text{C}$. Les figures sont tracées de la même manière que dans la figure 2.11.

cas précédent. Le diagramme spatio-temporel et la trace temporelle (de 100 ns) indiquent bien que l'impulsion subit une modulation dont la période est de l'ordre de $50 \times \tau_c \simeq 35$ ns. Le spectre de puissance montre que le pic central est accompagné de pics satellites distants de 27 MHz les uns des autres, imposant une modulation de période 37 ns. L'existence des pics satellites autour des fréquences de la cavité externe offre au système une dynamique plus riche avec plus de fréquences. En revanche la largeur à mi-hauteur estimée des pics présents est inférieure à 100 KHz. Ceci signifie que l'amplitude du pulse est modulée mais les phases des modes restent principalement synchronisées entre elles.

Cette dernière observation montre le soliton dans un régime de verrouillage de modes, impliquant la formation d'impulsions, au dessus duquel une enveloppe module son amplitude.

2.4.2 Verrouillage de modes harmonique et formes d'indépendance

L'étude de la dynamique des solitons de cavité a montré que les modes longitudinaux peuvent synchroniser leur phase pour certaines valeurs de désaccord en fréquence entre le gain et la cavité externe. Ceci a pour conséquence la formation d'impulsions se répétant à la fréquence correspondant à l'ISL.

La figure 2.13 présente le cas harmonique du régime de verrouillage de mode. Cette fois-ci, un mode sur deux est impliqué dans l'émission du soliton, et ils ont synchronisé leur phase. C'est ce que nous observons pour $I_p = 413.6$ mA par

exemple, toujours à une température $T = 70.47^\circ\text{C}$. Le diagramme spatio-temporel (2.13b) indique que deux impulsions se propagent dans la cavité, et dont la durée est plus faible que dans le cas fondamental vu précédemment. La taille et la direction de ces deux impulsions semblent très stables. Les traces temporelles indiquent aussi que la hauteur des impulsions est assez régulière. Un changement radical intervient alors dans le spectre de puissance où l'on observe que le pic à la fréquence fondamentale est éteint. Comme les modes sont espacés de deux ISL, le battement entre ces modes ne peuvent être que des multiples de cette fréquence, et le pic à la valeur de l'ISL est naturellement absent. Nous voyons très clairement que le pic correspondant à l'harmonique contient beaucoup de puissance et il est très étroit. Sa largeur à mi-hauteur est de l'ordre de 50 KHz, estimation limitée par la résolution du spectre (de 25 KHz). La largeur moyenne des impulsions est de l'ordre 110 ps avec une déviation standard de 10 ps, équivalente au temps d'échantillonnage de l'oscilloscope. La bande passante du détecteur étant de 8 GHz, nous ne pouvons pas observer la largeur réelle de ces impulsions.

Cette dynamique de soliton est une étape supérieure dans la description de solitons à trois dimensions car nous avons à présent deux impulsions dans la cavité, qui sont dues au verrouillage de mode. Dans un système sans dimension spatiale transverse (1D longitudinal), le régime de verrouillage de modes harmonique a été décrit comme la coexistence de solitons dissipatifs temporels [Herr 2014]. Nous pensons que cette interprétation est valide dans le régime présenté en figure 2.13. Cependant, une notion importante relative aux solitons dissipatifs est leur indépendance les uns par rapport aux autres. En effectuant une analyse des distances entre impulsions, nous pouvons étudier leur comportement respectif. En plus de mesurer la distance entre les maxima consécutifs, nous souhaitons voir s'ils peuvent se déplacer l'un par rapport à l'autre. Pour ce faire, nous comparons la distance entre une impulsion et elle même après un tour de cavité, à la distance entre la première et la deuxième impulsion. La trace temporelle contient 10^5 maxima et nous pouvons donc obtenir une bonne statistique sur leur distance. Afin de ne pas fausser la statistique, nous devons prendre le même nombre d'événements dans chaque distribution de distances. La distribution contenant les distances entre les deux pulses contient exactement autant d'événements que d'impulsions dans la trace temporelle. En revanche, lorsque nous souhaitons mesurer les fluctuations de positions d'une impulsion dans la cavité, nous en comptons une sur deux, donc deux fois moins d'événements au total. La position des impulsions est mesurée en repérant le maximum de chacun d'entre elles. Pour les données correspondant à la figure 2.13, la statistique de distance entre une impulsion et elle même donne (707.8 ± 10.38) ps pour la première, et (707.5 ± 10.33) ps pour la deuxième. Cela signifie qu'elles se répètent à chaque tour de cavité avec une fluctuation très faible dans leur position, respectivement 1.48% et 1.47% de la valeur moyenne pour la première ou la deuxième. La distribution des distances entre une impulsion et l'autre est effectuée sur la moitié de la trace temporelle dans le souci de conserver le même nombre d'événements. Nous obtenons (349.7 ± 10.55) ps sur la première moitié et (349.6 ± 10.61) ps sur la deuxième, soit 3.02% et 3.03%. Nous voyons qu'il y a peu

de différence entre les deux parties de la trace temporelles, démontrant ainsi la fiabilité de la statistique. Le temps d'échantillonnage étant de 10 ps, nous avons une mesure des distances limitée en précision. Ce qui ressort des statistiques est que les fluctuations sont plus grandes d'une impulsion à l'autre, que pour une impulsion avec elle-même. Bien que les déviations standards soient très proches, la valeur est plus grande entre les deux impulsions, alors que la moyenne vaut la moitié. Nous avons effectué cette analyse sur un régime de verrouillage de modes obtenu pour des paramètres différents ($I_p = 418.50$ mA à $T = 69.9^\circ\text{C}$, cf. figure 2.7). Nous obtenons dans ce cas (698.7 ± 17.2) ps pour une impulsion, et (698.8 ± 17.0) ps pour la deuxième, soit des fluctuations de 2.46% et 2.44%. Les distances entre les deux impulsions valent (344.9 ± 18.0) ps sur la première moitié et (344.4 ± 18.6) ps sur la deuxième, soit 5.22% et 5.39%.

Les différences sont plus marquées dans ce cas mais les résultats vont dans le même sens que pour le régime présenté en figure 2.13 : la position relative des deux impulsions fluctue d'avantage que la position absolue d'une impulsion. Nous déduisons de ces analyses statistiques que les deux impulsions présentent une certaine indépendance vis à vis de l'autre. Ces observations constituent la première démonstration expérimentale de verrouillage de modes de solitons de cavité, indiquant que les structures temporelles résultantes correspondent à des solitons dissipatifs temporels.

2.5 Conclusion

La localisation tri-dimensionnelle de la lumière a motivé beaucoup de recherches dans les dernières décennies. Bien que des travaux théoriques prédisent l'existence de structures localisées dans les trois dimensions de l'espace [Brambilla 2004, Columbo 2006, Jenkins 2009], elles n'ont jamais été observées expérimentalement. Le travail présenté dans ce chapitre a été réalisé dans le but d'apporter une manière différente de réaliser une localisation tri-dimensionnelle, en séparant la dimension longitudinale des dimensions transverses à la propagation.

Après avoir obtenu des solitons de cavité dans un laser composé d'un VCSEL avec une cavité de rétro-action sélective en fréquence, nous avons étudié la dynamique qui prend alors place le long de la propagation. Les observations ont montré que les solitons peuvent émettre sur un mode ou sur une superposition de modes longitudinaux de la cavité externe. Le cas mono-mode correspond à une intensité constante du soliton, alors que une émission multi-mode peut se traduire par des comportements très différents dans l'intensité. Parmi tous les régimes observables, certains sont très désordonnés alors que d'autres au contraire sont caractérisés par une synchronisation des phases des modes. La cartographie des comportements en fonction du courant de pompage a permis de mettre en évidence les transitions entre les différents régimes. Nous avons alors identifié les valeurs de paramètres pour lesquelles le soliton peut voir ses fréquences longitudinales se synchroniser. Des régimes de verrouillage de modes fondamental et harmonique ont été observés et analysés dans ce chapitre comme mécanisme menant à localisation temporelle de solitons de cavité.

Les régimes de verrouillage de modes obtenus dans cette expérience montrent que l'intensité ne retombe pas à zéro entre les impulsions. Nous savons que si d'avantage de modes sont impliqués dans la dynamique, les pulses seront mieux définis et contiendront une plus grande proportion de l'énergie totale du système. Si l'intensité tombe à zéro entre les pulses, aucun échange d'énergie n'est possible entre eux et ils deviennent complètement indépendants les uns des autres. Nous pouvons imaginer qu'en allongeant la cavité externe, le régime de verrouillage de mode de solitons de cavité peut prendre en compte plus de modes et permettre des observations très claires de localisation tri-dimensionnelle de la lumière.

Dynamique de phase et événements extrêmes

Contents

3.1	Introduction	46
3.2	Laser à semi-conducteur fortement multi-mode	46
3.2.1	Configuration expérimentale	47
3.2.2	Caractéristiques du laser en anneau	49
3.2.3	Diagrammes spatio-temporels et mesure de phase	52
3.2.4	Contrôle des paramètres physiques	55
3.2.5	Forçage : injection cohérente externe	58
3.3	Dynamique et phénomènes de synchronisation	61
3.3.1	Dynamique sans forçage	61
3.3.2	Régimes connus des oscillateurs non linéaires forcés	63
3.3.2.1	Accrochage en phase au forçage	63
3.3.2.2	Solutions périodiques	65
3.3.3	Complexité spatio-temporelle	65
3.3.3.1	Zoologie de la dynamique	66
3.3.3.2	Dynamique de van der Pol–Fitzhugh–Nagumo	69
3.3.3.3	Instabilités	71
3.3.4	Multi-stabilité spatio-temporelle	73
3.3.4.1	Coexistence d'états accrochés et décrochés	74
3.3.4.2	Discussion sur la brisure de symétrie $z/ - z$	77
3.4	Analyse statistique et événements extrêmes	77
3.4.1	Etude systématique : point de vue statistique sur un système de grande dimension	78
3.4.2	Evènements extrêmes et dynamique de phase	82
3.4.2.1	Observations	82
3.4.2.2	Prédiction d'évènements extrêmes à deux observables	85
3.5	Conclusion	88

3.1 Introduction

Dans ce chapitre nous nous intéressons à la dynamique d'un laser à semi-conducteur spatialement étendu et soumis à un forçage externe.

Depuis longtemps, la formation spontanée de motifs dans des systèmes non-linéaires motive les recherches scientifiques car les mécanismes mis en jeu sont souvent génériques, et existent donc dans un grand nombre de systèmes physiques [Turing 1952]. Grâce aux analogies entre différents systèmes, par le biais d'une description mathématique commune, l'optique a été largement étudiée pour proposer des systèmes expérimentaux modèles [Akhmediev 2005, Akhmediev 2008, Ohtsubo 2012]. Les lasers constituent des systèmes optiques riches et très particuliers par la présence simultanée de la non-linéarité, du gain, et de la cavité (pertes + résonances). De ce fait, il peuvent être opérés sous le seuil ou au dessus du seuil, pour se trouver respectivement dans le cas d'une cavité optique non linéaire, ou d'un milieu oscillant. Dans l'idée d'étudier des structures spatio-temporelles dans un système où l'espace prend place dans la dimension longitudinale, nous étudions dans ce chapitre la dynamique d'un laser en anneau très fortement multi-mode (longitudinal), soumis à un forçage cohérent. Après la description du système expérimental, nous analysons ses principales caractéristiques dans le but d'appréhender ses comportements et les paramètres que nous contrôlons. Les dimensions du système sont choisies de manière à ce que les temps caractéristiques nous permettent de suivre en temps réel son évolution, tout en favorisant une grande diversité des régimes observables.

Nous présentons dans un premier temps des régimes simples comme la synchronisation du laser au forçage, avant d'exposer la zoologie des comportements plus complexes, comme l'apparition d'auto-organisation spatio-temporelle ou la coexistence de domaines accrochés et turbulents. Dans la dernière partie, nous effectuons une analyse statistique motivée par le fait que le système expérimental constitue un système hors équilibre de haute dimension. En effectuant une étude systématique, nous présentons une cartographie des régimes qui offre un point de vue global la dynamique du système. Nous focalisons ensuite sur un régime spécifique présentant des évènements de très haute amplitude, et qui prennent leur origine dans la dynamique de phase du laser.

3.2 Laser à semi-conducteur fortement multi-mode

Cette section est consacrée à la présentation du système expérimental. Nous détaillons dans un premier temps de quelle manière nous avons réalisé le laser en anneau à semi-conducteur et présentons le système détection mis en place. Après la caractérisation du système expérimental passant en revue les grandeurs caractéristiques, nous étudions le contrôle que nous avons sur les paramètres physiques et voyons l'impact du forçage sur le laser en anneau. Le rôle de cette section est de donner une vision d'ensemble des paramètres auxquels nous avons accès expérimentalement et de quelle manière nous pouvons nous repérer en variant ces paramètres. Dans toute la suite de ce chapitre et dans le chapitre suivant (4, page 91), nous

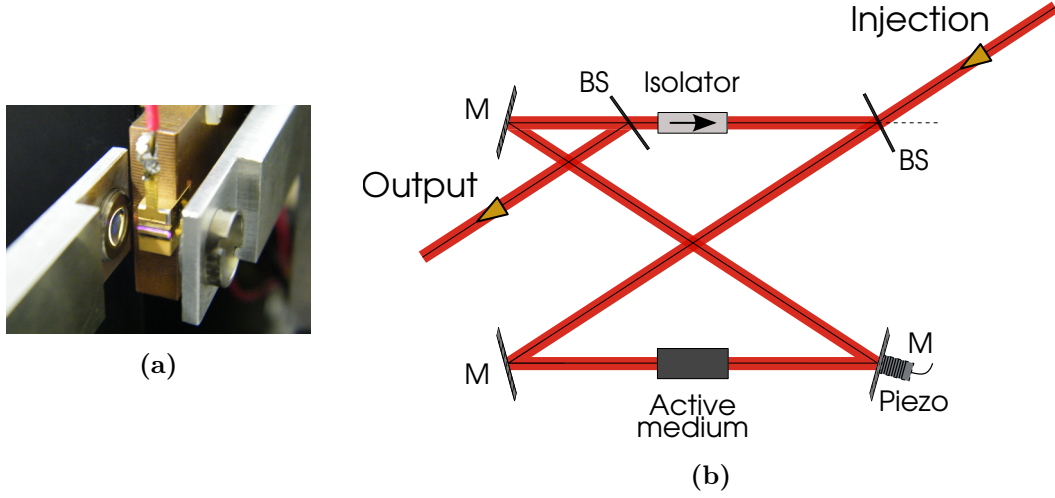


FIGURE 3.1 – Gauche : photo de l’amplificateur optique dans sa monture, entouré des deux collimateurs. Droite : Représentation schématique du laser en anneau montrant la géométrie du laser anneau. M : miroir, BS : lame séparatrice de faisceau, Piezo : matériau piezo-électrique sur lequel est fixé un des miroirs, Isolator : isolateur optique constitué d’un rotateur de faraday entre deux cubes polariseurs.

utiliserons les grandeurs et les abréviations vus dans cette section.

3.2.1 Configuration expérimentale

Le laser en anneau est constitué d’un milieu actif inclus dans une cavité de longueur $L_c = 1$ m. Le gain est donné par un amplificateur optique à semi-conducteur (As/Ga) @980 nm dont les faces d’entrée et de sortie ont subi un traitement anti-reflet (réflectivité $\simeq 4 \times 10^{-3}$) permettant d’éviter tout effet de cavité. Il mesure 4 mm de long et sa section transverse fait $1\mu\text{m}$ par $200\mu\text{m}$. La photo 3.1a permet de visualiser la monture de l’amplificateur, positionnée entre les deux collimateurs. Cette monture est placée sur un plaque en cuivre pour dissiper la chaleur rapidement vers un diffuseur. Afin de contrôler la température de la monture, nous utilisons un élément Peltier connecté à un boîtier de contrôle de type PID. Les deux bornes de l’amplificateur sont branchées à une alimentation délivrant jusqu’à 4 A de courant, couvrant ainsi toute la zone sur laquelle il peut fonctionner. Pour des raisons de stabilité du contrôle de température nous ne dépasserons cependant pas 3 A, et la température est fixée à 20°C . La figure 3.1b montre de façon très schématique la structure du laser ainsi que la disposition des éléments optiques fondamentaux pour le réaliser. La géométrie de la cavité en "X" a été choisie de sorte à maximiser la longueur de la cavité tout en minimisant les distances entre les miroirs et les angles de réflexion. Un des miroirs est monté sur un élément piezo-électrique permettant d’ajuster sa position et ainsi la longueur de la cavité, avec une résolution inférieure à la longueur d’onde (voir les détails dans la section 3.2.4).

Le schéma expérimental détaillé est montré dans la figure 3.2. Le champ émis par l’amplificateur est collimaté à l’aide de deux collimateurs de courte longueur

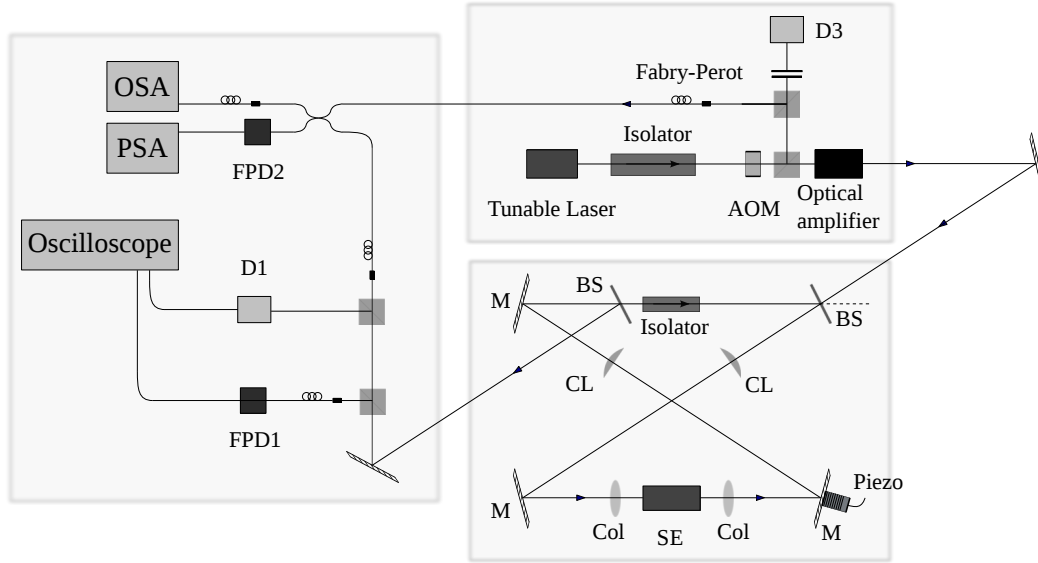


FIGURE 3.2 – Schéma expérimental complet comprenant le laser en anneau, le laser d’injection et la détection. Col : collimateurs de focale $f_{col} = 4.53$ mm ; CL : lentilles cylindriques de focale $f_{CL} = 50$ mm ; D1 et D3 : photo-diodes de faible bande passantes ($\simeq 10$ KHz) ; FPD1 et FPD2 : photo-diodes rapides ; OSA : analyseur de spectre optique ; PSA : analyseur de spectre électrique ; AOM : modulateur acousto-optique.

focale $f_{col} = 4.53$ mm. Deux lentilles cylindriques sont ensuite positionnées dans la cavité de sorte à corriger l’astigmatisme important imposé par la dimensions transverse du barreau de semi-conducteur. Afin que le champ puisse être couplé vers l’extérieur (sortie du laser) ou bien depuis l’extérieur (injection), nous utilisons des lames séparatrices dont la réflectivité est de 10%.

Un laser en anneau possède à défaut deux directions d’émission et l’interaction entre ces deux directions a suscité beaucoup d’intérêt notamment sur la brisure spontanée de symétrie [Sorel 2002]. Dans notre étude, nous nous intéressons à la dynamique du système lorsque le laser émet seulement dans la direction du forçage. C’est pourquoi nous plaçons un isolateur optique à l’intérieur de la cavité. Nous supprimons ainsi toute propagation dans le sens opposé et simplifions le système au cas d’une onde propagative unidirectionnelle. Bien que quelques figures présentent ce qu’il se passe lorsque le système est bidirectionnel, tout le reste de l’étude sera consacré au cas unidirectionnel.

La sortie du laser est séparée en plusieurs parties grâce à des cubes séparateurs de faisceau afin d’observer son comportement à travers différents instruments. Il est possible d’observer la puissance moyenne émise par le laser grâce à une photo-diode (D1) avec une faible bande passante. Pour résoudre en temps réel la dynamique du système nous utilisons une photo-diode rapide (FPD1) Thorlabs PDA8GS avec une bande passante de 8 GHz, connectée à un oscilloscope temps-réel Tektronix DPO7000 avec 12.5 GHz de bande passante et un échantillonnage à 100 GS/s. La partie spectrale de la détection est constituée par un analyseur de spectre optique

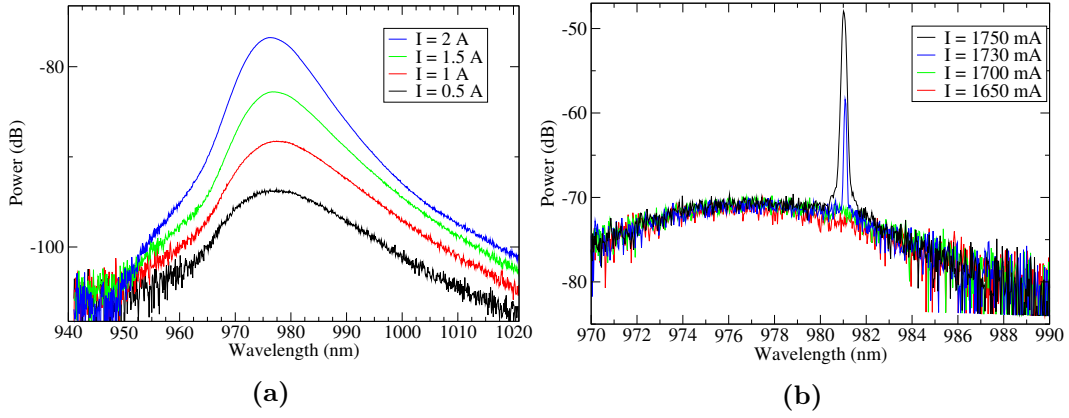


FIGURE 3.3 – Spectre optiques mesurés en fonction du courant de pompage pour **a)** le gain sans cavité et **b)** lorsque le gain est placé dans la cavité. La mesure est effectuée avec une résolution de 1 nm dans le cas où les deux directions d’émission sont permises.

HP86412 ainsi qu’un analyseur de spectre électrique Agilent CXA-N9000A, dont la bande passante va de 10 KHz à 26 GHz, recevant le signal de la photo-diode rapide FPD2 (identique à FPD1).

L’injection optique est faite par un laser mono-mode accordable en fréquence. Il est suivi d’un isolateur optique pour assurer un forçage unidirectionnel et ainsi éviter un couplage mutuel entre le laser en anneau et l’injection. Le signal optique est ensuite amplifié en passant à travers un amplificateur optique permettant d’atteindre une puissance de l’ordre de 300 mW. Cette puissance est mesurée juste avant que l’injection soit couplée dans l’anneau. Le couplage dans la cavité se fait en passant à travers la lame séparatrice, mais la puissance effective couplée dans la cavité (et dans le gain) dépend complètement de la condition de résonance. Un modulateur acousto-optique placé sur le chemin optique (avant l’amplificateur) permet de varier continuellement la puissance d’injection du maximum jusqu’à extinction complète. Le laser accordable est réalisé par une diode laser à semi-conducteur placée dans une boucle de rétraction comprenant un réseau de diffraction en configuration Littman–Metcalf. Afin de contrôler que le laser d’injection est mono-mode, nous utilisons un interféromètre de Fabry-Perot suivi d’une photo-diode (D3). Tant que le spectre optique obtenu ne contient qu’un seul pic, nous sommes sûrs que l’injection se fait sur une fréquence, répondant ainsi aux exigences de l’expérience.

3.2.2 Caractéristiques du laser en anneau

Cette section est dédiée à la présentation des principales caractéristiques du système. Nous voyons en détail les aspects spectraux et les temps caractéristiques du laser en anneau, dans le but d’appréhender plus facilement l’analyse de la dynamique qui sera vue dans la suite du manuscrit.

La figure 3.3a montre la courbe de gain du milieu actif. Elle est obtenue en mesurant le spectre optique du champ émis lorsque l’amplificateur n’est pas placé dans la cavité en anneau et on observe ainsi le spectre de l’émission spontanée. En

augmentant le courant, l'amplitude et la largeur du pic d'émission augmentent. A 2 A la largeur à mi-hauteur Γ de la courbe de gain atteint 10 nm. La figure 3.3b présente en revanche le cas où la cavité est en place. Lorsque le courant atteint la valeur de 1730 mA, un pic étroit apparaît autour de 981 nm indiquant l'apparition de la cohérence. Cette valeur de courant définit donc le seuil du laser. Au dessus du seuil, le gain est supérieur aux pertes et le mécanisme d'amplification par émission stimulée est présent. Sans les effets de la cavité, il n'est pas possible d'observer cette transition, montrant que l'expérience mise en place est un laser à semi-conducteur très long, et non pas un laser mono-fréquence soumis à une boucle de rétro-action optique.

Notons que la polarisation ne constitue pas un degré de liberté mais est fixée verticalement à cause de la géométrie du milieu actif du gain (rapport d'aspect 1/200). La présence ou non de l'isolateur optique dans la cavité ne change alors que les pertes de la cavité tout en bloquant une direction, mais n'a pas d'impact sur la polarisation.

La figure 3.4 présente l'évolution de la puissance optique en fonction du courant de pompage, toujours lorsque les deux directions d'émissions sont permises. Cette courbe caractéristique permet de visualiser le seuil du laser grâce au changement de pente qui s'y opère. La vision la plus simple de la transition laser est donnée par une bifurcation de Hopf super-critique [Siegman 1986]. Le scénario indique que la solution "éteinte" se déstabilise au seuil et la nouvelle solution stable est une solution oscillante à fréquence fixe et dont l'amplitude croît avec la racine carrée du pompage. Comme on regarde ici le module carré de l'amplitude, on s'attend à observer une droite.

Nous voyons ici que c'est presque le cas bien que pour certaines valeurs de paramètres, les deux directions d'émission peuvent entrer en compétition et mener à des comportements plus compliqués. Il a été montré [Tierno 2012] que cette compétition peut amener à un verrouillage de modes impliquant alors une émission pulsée avec un taux de répétition correspondant à l'intervalle spectral libre de la cavité. Pour optimiser la compétition entre les deux directions d'émission, il est nécessaire de les contraindre à partager la même zone du gain et ceci peut être réalisé grâce à un filtre spatial placé dans la cavité. Dans notre cas (*cf.* figure 3.4), le filtrage spatial permet de s'assurer qu'il n'y a pas de dynamique transverse, mais n'empêche apparemment pas l'émission simultanée des deux direction. A partir du moment où l'isolateur optique est mis en place dans la cavité, il ne reste qu'une direction d'émission et les faibles pertes ajoutées impliquent une élévation du seuil du laser à 1850 mA.

Nous allons à présent discuter des temps caractéristiques de notre laser en anneau. La longueur de la cavité L_c étant d'environ 1 m, nous savons que de nombreux modes longitudinaux vont se développer le long de la propagation. Nous pouvons estimer l'intervalle spectral libre (ν_c) du laser en anneau grâce à l'expression :

$$\nu_c = \frac{c}{L_c} \simeq 300 \text{ MHz} \quad (3.1)$$

avec c la vitesse de la lumière. Nous avons alors une estimation de la distance entre deux modes consécutifs de la cavité, mais nous sommes limités ici par notre

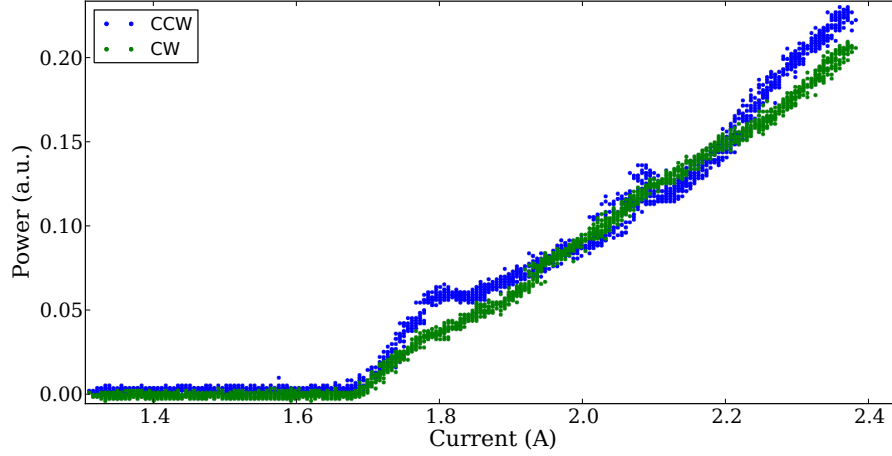


FIGURE 3.4 – Variation de la puissance optique en fonction du courant de pompage. CW : émission dans la direction du forçage ; CCW : émission dans la seconde direction.

précision à mesurer la longueur de la cavité. Une autre manière de connaître ν_c avec beaucoup plus de précision est de mesurer directement le battement entre deux modes consécutifs lorsque le laser est allumé. C'est ce que l'on voit dans la figure 3.5 où le spectre de puissance a été mesuré autour de 300 MHz et indique une valeur ν_c à 274.5 MHz. Nous pouvons alors déterminer le temps τ_c que met la lumière à effectuer un tour complet dans la cavité à :

$$\tau_c = \frac{1}{\nu_c} = 3.64 \text{ ns} \quad (3.2)$$

Pour avoir une idée du nombre de mode mis en jeu dans le système, il nous suffit de comparer la largeur spectrale du gain Γ et ν_c . Nous pouvons convertir Γ en fréquences à 980 nm en avec l'expression :

$$\Delta\nu = \frac{c}{\lambda^2} \Gamma \quad (3.3)$$

$$\Delta\nu = 3.12 \text{ THz} \quad (3.4)$$

Nous pouvons ainsi voir qu'il est possible de faire rentrer plus de 11000 modes longitudinaux sous la courbe de gain. Cette évaluation ne prend évidemment pas en compte les effets non linéaires qui existent dans le laser, mais permet de confirmer que le système est très fortement multi-mode. Les pertes de la cavité sont estimées à environ 30% en prenant en compte les deux lames séparatrices en plus du fait que le couplage dans le milieu actif n'est pas parfait. En comptant 10% de pertes au couplage et la réflectivité des lames séparatrices, la proportion de puissance du champ qui revient après un tour de cavité est de l'ordre de $0.9 \times 0.9 \times 0.9 \simeq 70\%$, et les pertes valent donc $\rho_c \simeq 30\%$. Nous pouvons maintenant déterminer le temps de vie moyen τ_p du champ dans la cavité en considérant le cas d'un résonateur linéaire :

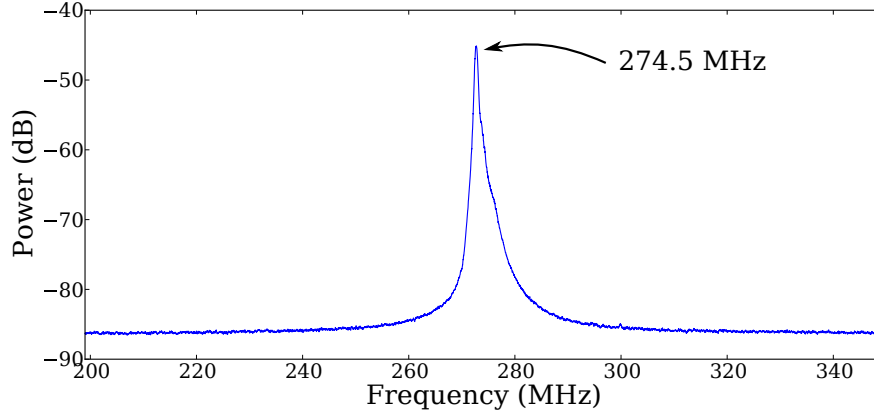


FIGURE 3.5 – Spectre de puissance mesuré autour du premier pic donnant une valeur de l'espacement entre modes à 274.5 MHz.

$$\tau_p = \tau_c \frac{-1}{\ln(1 - \rho_c)} \quad (3.5)$$

$$\tau_p \simeq 3 \times \tau_c \quad (3.6)$$

$$\tau_p \simeq 11 \text{ ns} \quad (3.7)$$

Le temps caractéristique de relaxation τ_d des porteurs de charges dans le milieu actif est contenu généralement entre 0.1 et 1 ns [Agrawal 1993]. Le laser en anneau possède une cavité très longue permettant que la variable optique (champ électrique, τ_p) évolue beaucoup plus lentement que la variable du matérielle (les porteurs, τ_d). Notre laser est donc assimilable à un laser de classe A (décrit par une équation sur le champ), et cela donne la possibilité d'après [Columbo 2006] d'obtenir des structuration le long de la propagation, qui seraient remplacées par un champ uniforme dans le cas d'une cavité courte (si $\tau_c \simeq \tau_d$). Nous avons estimé les temps et fréquences caractéristiques du système et nous verrons dans la suite que ces valeurs sont nécessaires à la compréhension des observations.

3.2.3 Diagrammes spatio-temporels et mesure de phase

Les détecteurs rapides que nous utilisons ont une bande passante annoncée à 8 GHz ce qui correspond environ à trente fois la distance entre les modes de la cavité. l'oscilloscope ayant une bande passante de 12.5 GHz nous serons limités par les détecteurs. Le convertisseur analogique/digital de l'oscilloscope permet d'échantillonner le signal électrique provenant des détecteurs à 100 GHz, ce qui signifie qu'il place un point chaque 10 ps. Non seulement le critère de Shannon-Nyquist est respecté (minimum deux point par oscillation pour reconstruire le signal complet), mais cela nous permet d'avoir 364 points par tour de cavité. La mémoire de l'oscilloscope nous permet d'enregistrer des traces temporelles contenant jusqu'à 10^7 points lorsque l'échantillonnage est au maximum. Cela signifie que nous pouvons observer

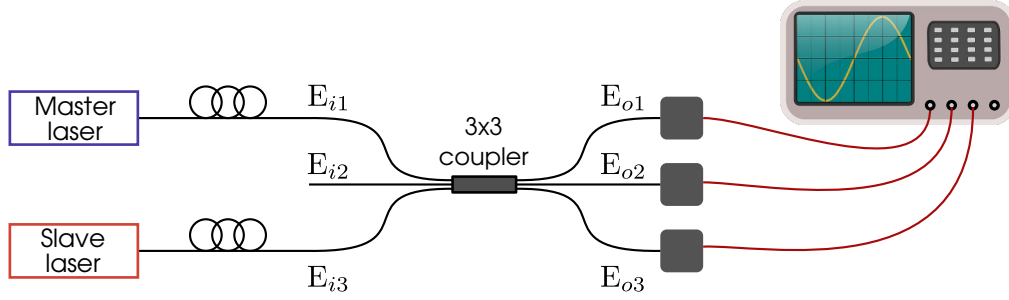


FIGURE 3.6 – Schéma du montage permettant de mesurer la phase relative entre le forçage (Master laser) et le laser en anneau (Slave laser) grâce à un coupleur 3×3 fibré. Les deux champs en entrée proviennent du forçage (E_{i1}) et du laser en anneau (E_{i3}) et le battement résultant est extrait en mesurant les trois sorties du coupleur (E_{o1} , E_{o2} et E_{o3}) dans trois canaux de l'oscilloscope.

la dynamique du système en temps réel pendant $10 \mu\text{s}$ consécutives. Nous sommes alors capable d'observer environ 27 500 tours de cavité alors que la variable lente du système, le champ électrique, a un temps de vie de l'ordre de 3 tours de cavité. La détection nous permet alors de suivre l'évolution du système avec une très haute résolution et sur des temps relativement très longs.

Le laser en anneau construit constituant un système de haute dimension, la diversité des régimes observables rend l'analyse des traces temporelles compliquée. Nous pouvons changer de point de vue en observant les diagrammes spatio-temporels reconstruits à partir des traces temporelles (voir détails en annexe A page 131). Cette représentation permet de nous placer dans le référentiel tournant se déplaçant à la vitesse de groupe dans la cavité. L'échantillonnage de la trace temporelle étant réalisé à la valeur de ν_c du laser en anneau, soit $\frac{1}{\tau_c}$, nous pouvons séparer clairement les temps caractéristiques courts ($< \tau_c$) des temps longs ($> \tau_c$).

Afin d'observer la dynamique de phase comme nous le faisons pour l'intensité, nous effectuons une mesure hétérodyne permettant d'extraire la phase relative entre l'injection (Master) et le laser en anneau (Slave). Le principe a été montré par [Kelleher 2010] dans un laser à signal injecté sans dimension d'espace, et consiste en la mesure du battement entre le champ à la sortie du laser et un champ de référence. Comme le montre la figure 3.6, le battement s'effectue dans un coupleur 3×3 fibré qui divise simplement le faisceau en 3 parties égales auquel sont raccordés les sorties du laser d'injection (Master) et du laser en anneau (Slave). Deux des entrées sont reliées aux lasers (E_{i1} et E_{i3}) et les trois sorties (E_{o1} , E_{o2} et E_{o3}) sont branchées sur 3 détecteurs rapides. En mesurant simultanément les trois sorties du coupleur 3×3 il est possible de reconstruire l'évolution de la phase du système dans le référentiel du forçage. Le champ E_j^o mesuré à la sortie j du coupleur dépend des champs incidents E_j^i et son expression est donnée ici dans le cas $j = 2$:

$$E_2^o = \frac{1}{\sqrt{3}}(E_1^i e^{i2\pi/3} + E_2^i + E_3^i e^{i2\pi/3}) \quad (3.8)$$

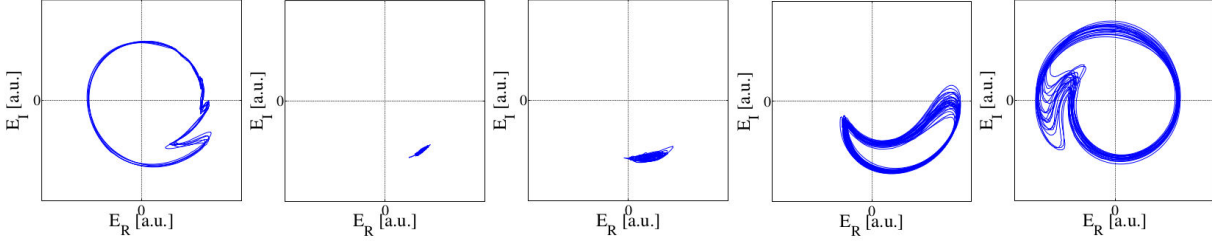


FIGURE 3.7 – "Phasors plot" enregistrés grâce à une mesure hétérodyne dans un VCSEL mono-mode soumis à une injection optique [Kelleher 2010]. De gauche à droite, le désaccord en fréquence entre l'injection et le système part des valeurs négatives vers des valeurs positives en passant par une zone d'accrochage. La phase correspond aux variations angulaires alors que l'amplitude est radiale.

L'expression de la phase dans le référentiel du forçage vaut ainsi :

$$\tan(\phi) = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{(I_3 - I_1)}{(I_2 - I_1/2 - I_3/2)} \quad (3.9)$$

où $I_j = |E_j^o|^2$.

La figure 3.7 présente des trajectoires de la phase mesurée dans le plan complexe du champ électromagnétique ($\Re(E)$; $\Im(E)$). Les auteurs observent des rotations de phase qui peuvent être bornées (accroché au forçage et/ou oscillations de relaxation) ou au contraire des rotations complètes (2π) autour de zéro (laser non accroché au forçage). Cette mesure permet alors d'accéder à la phase du champ électrique tout en conservant l'information sur son amplitude. Sachant que nous pouvons calculer les parties réelles et imaginaires, nous obtenons directement l'intensité en prenant :

$$I = \sqrt{\Re(E)^2 + \Im(E)^2} \quad (3.10)$$

La mesure de phase est un outil fondamental pour notre étude, mais elle nécessite un soin particulier pour la calibration. Nous devons d'abord nous assurer que les chemins optiques parcourus par les champs E_1^o , E_2^o et E_3^o sont bien synchronisés, c'est à dire que leur différence de longueur doit être connue et compensée. Les amplitudes détectées par chaque photo-diode doivent aussi être équilibrées de sorte à égaliser les contributions de I_1 , I_2 et I_3 dans le calcul de ϕ .

Notons que si l'on retire la référence de phase de l'entrée (E_1^i) du coupleur, il n'y a plus de battement, et l'intensité dans les trois sorties E_j^o correspondent chacune à $\frac{1}{3}$ de l'intensité du laser esclave, avec un déphasage relatif nul. En regardant simultanément les 3 signaux, il est alors possible de les décaler dans le temps pour tendre vers une synchronisation à la résolution de l'échantillonnage de l'oscilloscope. La réponse des trois détecteurs est équilibrée en comparant la tension fournie pour un signal optique continu fixé (sans passer au travers du coupleur 3×3). De plus, si le taux de couplage entre les entrées et sorties du coupleur ne sont pas égales, il est nécessaire de la prendre en compte afin de remonter à l'amplitude exacte de chacun des signaux. Enfin, le coupleur 3×3 n'étant pas munit de fibres optiques à maintien de polarisation, cette dernière peut varier en fonction des contraintes

et rotations appliquées le long de la propagation. En ajustant la polarisation avant d'entrer dans le coupleur 3×3 , nous pouvons compenser ces variations afin d'assurer un recouvrement maximal pour le batttement des champs E_1^i et E_3^i .

L'oscilloscope que nous utilisons ne permet pas d'acquérir 3 signaux en même temps à l'échantillonnage maximum donc les mesures de phases sont effectuées à 50 GS/s. Il s'écoule donc deux fois plus de temps entre chaque point (20 ps/pt) et les diagrammes spatio-temporels comptent 182 points sur l'axe horizontal (coordonnée spatiale). Une fois la calibration terminée, chaque mesure consiste en l'acquisition de trois canaux constituant un ensemble de fichier qui peuvent être être transformés automatiquement pour remonter aux variables désirées : phase et amplitude du champ électrique.

3.2.4 Contrôle des paramètres physiques

Nous allons maintenant nous intéresser au contrôle des paramètres du système auxquels nous avons accès expérimentalement, et qui nous permettent d'explorer les régimes dynamiques différents. Nous pouvons varier le courant de pompage du laser en anneau, la puissance et la fréquence du faisceau d'injection. Les deux premiers paramètres sont évidents à contrôler car le courant injecté dans le laser en anneau est ajusté par une alimentation disposant d'un affichage et la force de l'injection peut varier continuellement entre le maximum ($\simeq 300$ mW) et l'extinction complète. Le problème est plus compliqué pour ce qui concerne la fréquence d'injection. Le laser maître peut être accordé sur une large bande de longueur d'onde, recouvrant le spectre de la courbe de gain (3.3a), mais la variation est discontinue. La cavité de rétro-action permet une émission mono-fréquence lorsque le laser s'accroche sur un des modes de la cavité externe, mais changer sa fréquence équivaut alors à un saut en fréquence équivalent à la distance entre les modes de cette cavité. Dans notre cas, le saut est de l'ordre de 850 MHz et donc équivalent à plus de trois fois ν_c . De cette façon nous pouvons déplacer grossièrement la fréquence d'injection autour de la fréquence d'émission du laser anneau, mais il est impossible de contrôler la distance avec les modes de la cavité.

Pour avoir un bon contrôle du désaccord en fréquence entre le maître et l'esclave, nous choisissons d'ajuster la longueur de cavité du laser en anneau en déplaçant un des miroirs monté sur un piezo-électrique. Pousser le miroir d'une longueur d'onde ($\simeq 1 \mu\text{m}$) équivaut à modifier le désaccord d'une valeur de ν_c et ainsi de se déplacer d'une résonance à la suivante. Nous définissons le désaccord Δ comme l'écart en fréquence entre l'injection et les résonances de la cavité :

$$\Delta = \nu - \nu_c \quad (3.11)$$

avec ν la fréquence de l'injection et ν_c la fréquence de la résonance la plus proche. La résonance n est alors désaccordée de $\Delta \pm (n \times \nu_c)$ par rapport à l'injection.

La figure 3.8 représente l'évolution de la transmission de la cavité en anneau lorsque l'on déplace le miroir de façon continue et pour différentes valeurs de

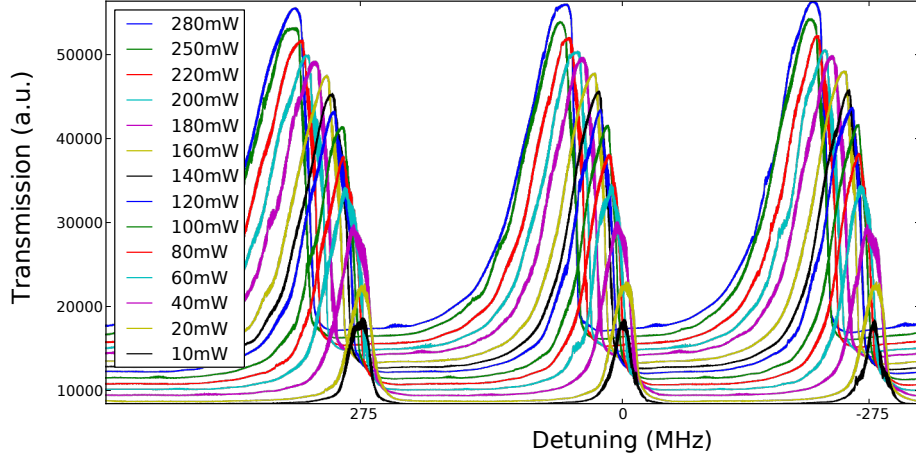


FIGURE 3.8 – Courbes de transmission de la cavité en anneau en modifiant le désaccord en fréquence lorsqu’il est opéré sous le seuil ($I = 1600$ mA). Du bas vers le haut la puissance d’injection augmente exhibant ainsi l’évolution des résonances en fonction de ce paramètre.

puissance d’injection. Le laser en anneau est placé sous le seuil, à $I = 1600$ mA, et nous mesurons simplement la puissance transmise par la cavité. Cette mesure est effectuée le long de trois résonances consécutives, chacune espacées de $\simeq 274.5$ MHz, et montre qu’il est possible de faire varier le désaccord en fréquence avec une très bonne précision. En partant des faibles puissances (bas) vers les fortes puissances d’injection (haut), nous observons tout d’abord une augmentation de la transmission maximale, mais surtout, les résonances s’élargissent et se décalent vers Δ positifs. Nous pouvons voir que la distance entre le pic du milieu et celui de droite pour 10 mW d’injection, est plus grande que ν_c , mais ceci est simplement dû au fait que le piezo-électrique n’a pas une réponse linéaire en fonction de la tension qu’on lui applique.

Dans la figure 3.9, nous pouvons comparer la forme des courbes de résonance obtenues pour les deux valeurs extrêmes de puissance d’injection (visibles dans la figure 3.8). Lorsque la puissance est faible (10 mW), la résonance est symétrique et la largeur à mi-hauteur est de l’ordre de 18 MHz. Nous associons alors cette courbe à un régime linéaire. A 280 mW la largeur atteint 63 MHz et la résonance devient fortement asymétrique. Dans ce cas, deux comportements différents semblent exister entre la partie droite et la partie gauche du pic. A gauche (Δ croissant) la décroissance de la transmission est plus douce que dans le cas linéaire alors que sur la droite (Δ décroissant) elle décroît de façon abrupte laissant penser à une transition très franche dans la dynamique d’accrochage/décrochage. La comparaison entre les courbes de transmission nous indique que nous pouvons atteindre des régimes fortement non-linéaires en fonction de la puissance d’injection.

La finesse de la cavité en anneau est estimée en mesurant le rapport entre ν_c la largeur des résonances (dans le cas linéaire), soit :

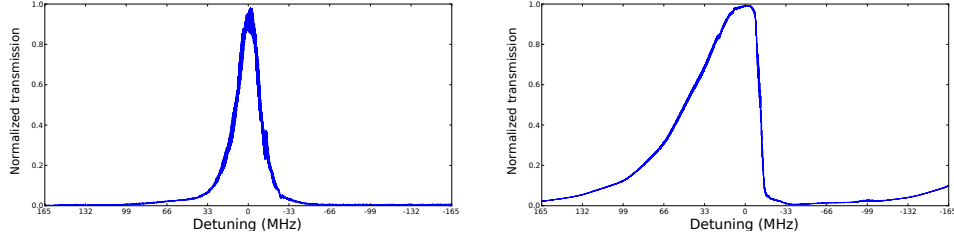


FIGURE 3.9 – Forme des courbes de résonance pour une injection de 10 mW (gauche) et 280 mW (droite). Les courbes sont centrées et normalisées sur leur maximum de transmission afin de comparer leur forme.

$$F = \frac{\nu_c}{\Delta\nu} \quad (3.12)$$

$$F = \frac{274.5 \text{ MHz}}{18 \text{ MHz}} \quad (3.13)$$

$$F \simeq 15 \quad (3.14)$$

La finesse étant reliée directement aux pertes de la cavité, nous pouvons calculer la valeur des pertes totales de la cavité $\rho_c = 35\%$ (valeur légèrement supérieure à celle estimée dans la partie 3.2.2 page 49). La cavité du laser en anneau est alors considérée comme une cavité de faible finesse. En comparaison, les cavités non-linéaires à fibres optiques accueillant la formation de solitons de cavité temporels [Leo 2010], possèdent une finesse de 30, indiquant que la formation de structures localisées temporelles sont possibles pour des cavités de faible finesse.

En plaçant le laser en anneau sous son seuil d'émission nous avons pu observer sa structure de résonance. Pour avoir une idée de ce qu'il en advient lorsque le laser est opéré au dessus du seuil, nous fixons le courant de pompage à $I = 2000 \text{ mA}$ (pour un seuil à $I_{th} = 1850 \text{ mA}$) et mesurons le spectre de puissance en faisant battre le faisceau d'injection avec la sortie du laser dans la photo-diode rapide. Le laser n'est pas injecté, mais nous mesurons uniquement le battement afin d'imager l'impact de Δ sur la structure de résonance précédemment observée.

La figure 3.10 montre l'évolution du spectre de puissance en fonction de la tension appliquée au piezo-électrique sur une plage de 3 GHz. Le spectre de puissance permet de voir les battements entre les fréquences optiques présentes dans le laser. Les lignes verticales sont espacées de ν_c et représentent les battements entre modes de la cavité, alors que les lignes courbes qui les croisent correspondent au battement entre chacun des ces modes et le faisceau de référence. En variant la tension aux bornes du piezo nous déplaçons la position de ces pics. Ceci indique que nous changeons effectivement le désaccord en fréquence entre le laser maître et le laser en anneau mais nous avons affaire ici à un grand nombre de fréquences et non pas à une fréquence unique. C'est pourquoi nous parlons du désaccord Δ entre la fréquence du laser maître et celle du mode de cavité le plus proche. Cette valeur peut se lire en ne regardant que le pic de fréquence $< \nu_c$ de la figure 3.10.

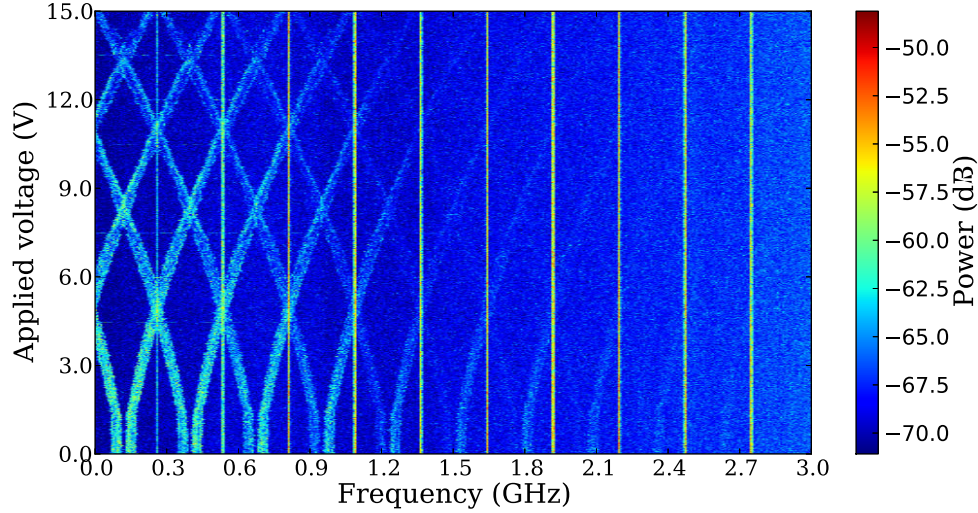


FIGURE 3.10 – Evolution du spectre de puissance en fonction du désaccord en fréquence lorsque le laser placé au dessus de seuil ($I = 2000$ mA) bat avec le faisceau d'injection (système non forcé). L'axe vertical correspond à la tension appliquée au piezo-électrique impliquant une variation du Δ . Les lignes verticales correspondent au battement entre les modes de la cavité, alors que les courbes intermédiaires proviennent du battement de ces modes avec le faisceau d'injection. L'échelle de couleur code pour la puissance en échelle logarithmique.

Nous distinguons aussi très clairement qu'en s'éloignant d'une résonance, l'injection se rapproche de celle juste à côté, puis la traverse et s'en écarte, et ainsi de suite.

Le laser en anneau émet sur un très grand nombre de modes impliquant ainsi une dynamique spatiale le long de la propagation. D'autre part, les mesures de caractérisation effectuées nous donnent une bonne vision de ce qui se passe lorsque nous varions la puissance d'injection et le désaccord en fréquence. Les temps caractéristiques mis en jeu permettent de faire de ce laser en anneau un excellent système pour l'étude de la dynamique dans un système étendu le long de la propagation.

3.2.5 Forçage : injection cohérente externe

Nous avons jusqu'à présent utilisé le faisceau d'injection pour sonder les propriétés du laser en anneau et nous allons maintenant l'utiliser comme un forçage externe. Après avoir exploré la structure de résonance du laser en anneau dans la partie précédente, nous souhaitons comprendre comment l'injection influe sur le comportement du système. Nous verrons dans les sections 3.3 et 3.4 l'étude détaillée des différents régimes dynamiques rencontrés.

Le laser d'injection prend le rôle de forçage lorsqu'il est couplé dans la cavité et apporte de l'énergie de manière cohérente. Lorsqu'on allume un laser (non forcé) le processus d'amplification par émission stimulée entraîne la création d'une onde cohérente dont la phase est choisie arbitrairement : le système possède la symétrie

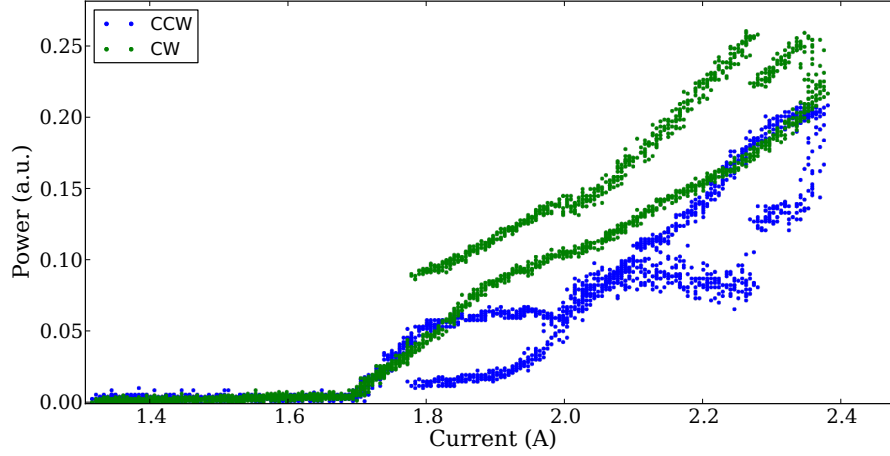


FIGURE 3.11 – Variation de la puissance optique en fonction du courant de pompage lorsque le laser est injecté avec une puissance de 300 mW. Des larges zones de bistabilité apparaissent.

de phase. La phase constitue alors un mode neutre, c'est à dire que toutes les valeurs sont équiprobables et qu'elle peut éventuellement dériver. Les lasers à signal injecté au contraire, font partie d'une classe de système pour laquelle la symétrie de phase est brisée. Le forçage impose sa fréquence et sa phase au système et la phase n'est plus un mode neutre.

La figure 3.11 donne un premier aperçu de l'impact du forçage sur le laser en anneau. Cette courbe a été prise dans le cas où le laser est bidirectionnel c'est pourquoi le seuil se situe vers 1700 mA (la puissance du forçage est maximale). Un premier point à noter est le fait que les deux directions sont impactées de manière à ce que l'énergie totale soit conservée : la direction forcée (CW) voit sa puissance augmenter lorsque l'autre direction (CCW) est déplétée. Chacune des directions d'émission présente une bistabilité sur une grande plage de courant, de 1800 mA à 2300 mA pour la direction CW. Ceci indique que même une grande variation de courant ne change pas complètement l'état du système tant que l'injection est suffisamment forte. En variant Δ , il est possible de changer considérablement la forme de cette courbe, jusqu'à obtenir un comportement semblable au cas non forcé (vu en figure 3.4). Cette figure ne permet pas de comprendre à quel point le forçage impacte la dynamique du système. Dans le cas unidirectionnel, les comportements observés sur cette courbe restent valables pour la direction forcée. Afin de voir plus en détail comment le système réagit à l'apport d'un forçage cohérent, nous proposons d'abord une analyse dans l'espace de Fourier.

La figure 3.12 montre l'évolution du spectre de puissance en fonction de Δ , calculé à partir de traces temporelles. La tension dans le piezo varie de 0 à 15 V, permettant de changer Δ d'environ $1.5 \times \nu_c$. Le spectre montre les fréquences de battement jusqu'à 1 GHz afin de bien distinguer l'interaction entre la fréquence

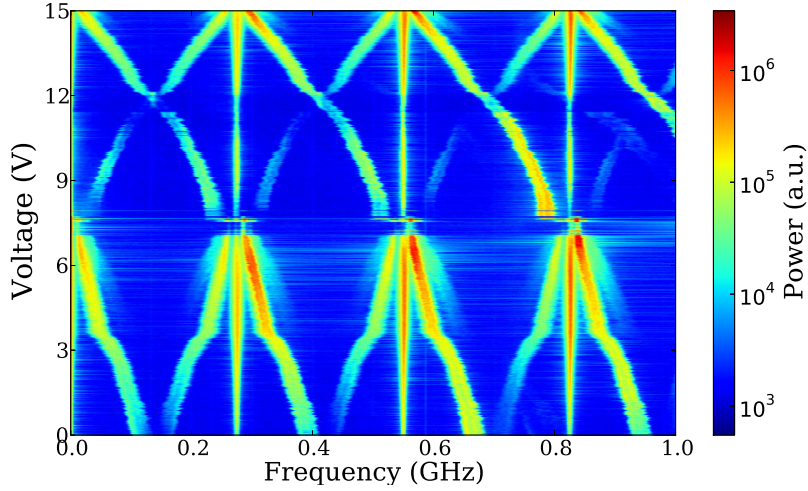


FIGURE 3.12 – Evolution du spectre de puissance en fonction de Δ sur une plage de 1 GHz avec une résolution de 100 KHz. L'axe vertical représente la tension appliquée au piezo pour varier Δ . Le courant de pompage $I = 2000$ mA et la puissance d'injection $P_{inj} = 300$ mW.

du forçage et celles du système. Les trois lignes verticales correspondent aux battements entre les modes de la cavité et toutes les autres lignes viennent de l'interaction avec le forçage. En partant du bas, nous voyons, des pics satellites autour des résonances du système. En augmentant la tension ces pics se déplacent en s'écartant d'un mode puis se rapprochant du suivant. En arrivant vers 7 V les pics venant du forçage se rapprochent à nouveau des résonances et nous pouvons observer une variation brutale correspondant à un accrochage partiel du laser au forçage. Le système se décroche ensuite et donne à nouveau une émission sur un grand nombre de fréquences où chaque pic de résonance est accompagné de satellites, reproduisant ainsi le schéma du bas de la figure. Si l'on se concentre sur la partie du spectre située tout à gauche (proche de la fréquence nulle), la séquence observée autour de l'accrochage (7 V) est comparable à un laser mono-mode injecté [Bonatto 2011] : Δ décroît jusqu'à ce que nous distinguons un premier cycle limite, puis un doublement de période et le système s'accroche au forçage. Dans notre système cette séquence se produit sur chacun des modes de la cavité amenant ainsi des régimes dynamiques plus complexes. La figure 3.13 montre l'extension du spectre de puissance de la figure 3.12 jusqu'à 5 GHz. Il est moins facile d'analyser les détails mais nous pouvons voir que pour certaines valeurs de Δ , la quantité de fréquences mises en jeu peut varier notablement. La zone où le système se décroche (au dessus de 7 V) semble faire intervenir un très grand nombre de fréquences alors que lorsque l'injection est placée entre deux modes (12 V), très peu de fréquences apparaissent. Nous pouvons aussi constater que la puissance des pics satellites peut être distribuée symétriquement autour d'un mode (de 3 à 6 V), ou au contraire de façon très asymétrique (de 0 à 3 V, et de 8 à 12 V). Le cas asymétrique vient à priori du fait que l'injection bat avec chaque mode : l'interaction y est faible et nous voyons simplement des pics aux fréquences $\Delta + (n \times \text{FSR})$, avec n le numéro

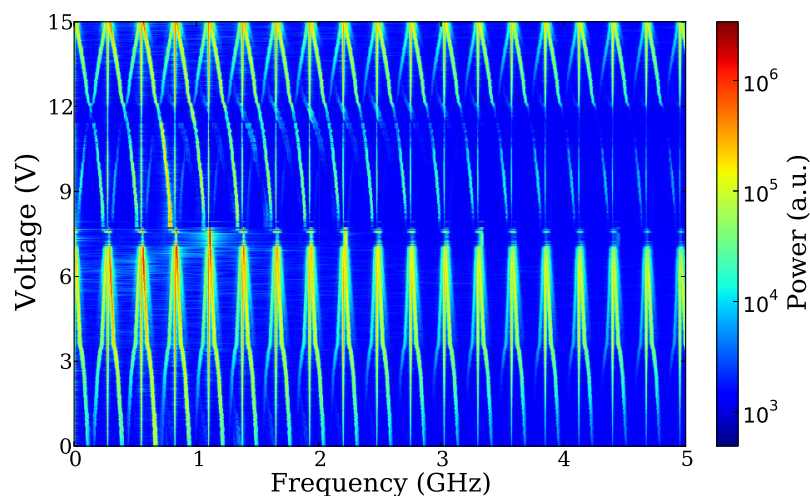


FIGURE 3.13 – Même figure que 3.12, mais sur un plage de fréquences de 5 GHz

du pic dans le spectre. En revanche si un pic apparaît de l'autre côté, cela signifie qu'il y a une interaction non-linéaire impliquant un mélange d'ondes.

Nous avons construit un laser en anneau hautement multi-mode et forcé par un champ cohérent. Dans le but d'étudier sa dynamique nous avons mis en place un système de détection en temps réel qui offre la possibilité d'observer à la fois l'amplitude et la phase du champ électrique. En observant l'impact du forçage sur le système, nous pouvons conclure que le contrôle que nous avons des paramètres est suffisant pour explorer en détail cette dynamique. Nous souhaitons maintenant comprendre comment un système forcé, dont l'extension spatiale est réalisée le long de la propagation, évolue entre des états chaotiques et des états de synchronisation.

3.3 Dynamique et phénomènes de synchronisation

Dans cette section nous allons explorer les nombreux régimes dynamiques présents dans notre système. Bien que l'extension spatiale offre un degré de complexité non négligeable, nous verrons qu'il peut aussi bien exhiber des comportements impliquant une dynamique spatiale non triviale que des comportements typiques des oscillateurs forcés.

3.3.1 Dynamique sans forçage

Quand le laser en anneau n'est pas forcé par l'injection, nous avons vu qu'il possède une dynamique établie sur de nombreux modes. Le but ici est de présenter à quoi ressemble la dynamique du système et quelles sont ces principales signatures dans les différentes représentations que nous avons vues précédemment.

Les figures 3.14a et 3.14b présentent la dynamique du laser (non forcé) lorsqu'il est

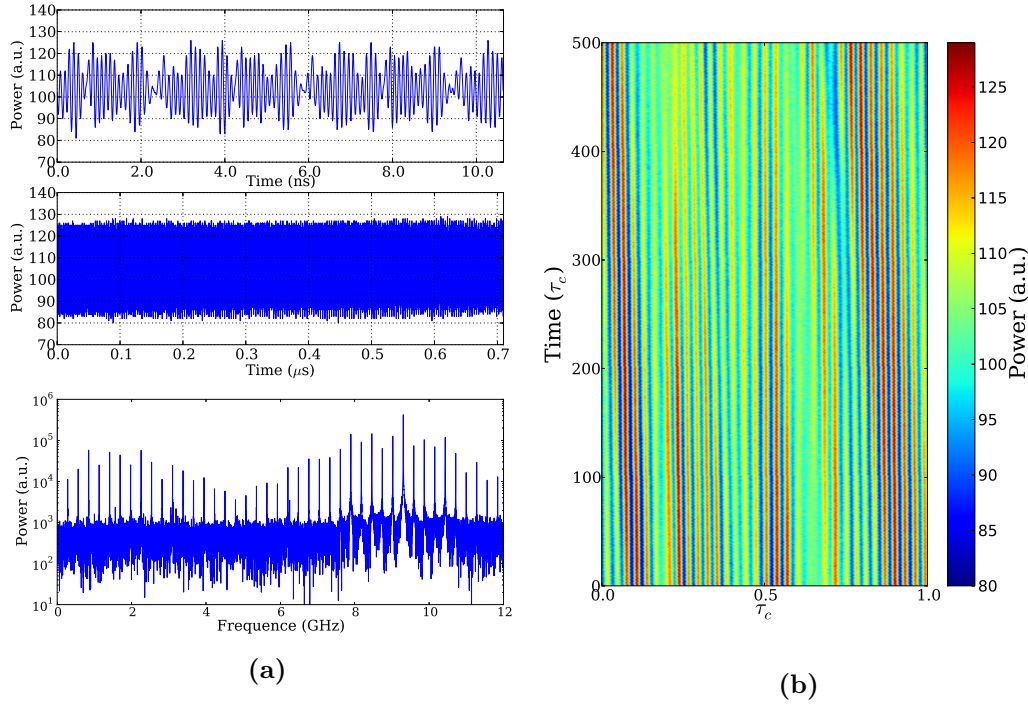


FIGURE 3.14 – Dynamique sans forçage à $I = 2$ A. **a)** traces temporelles de longueur $3 \times \tau_c$ (haut), $200 \times \tau_c$ (milieu) et le spectre de puissance (bas) calculé sur 12 GHz avec une résolution de 1 MHz. **b)** diagramme spatio-temporel correspondant aux mêmes données montrant l'évolution du système sur $500 \times \tau_c$.

amené à quelques pourcents au dessus du seuil. En 3.14a nous voyons des traces temporelles montrant l'évolution de l'intensité du laser ainsi que le spectre de puissance calculé à partir de la trace temporelle. A l'échelle de quelques tours de cavité ($3 \times \tau_c$, en haut) nous distinguons un signal contenant une oscillation principale de haute fréquence qui est modulée de façon irrégulière. En regardant à une échelle beaucoup plus grande ($200 \times \tau_c$, au milieu), nous ne percevons plus les détails mais observons cette fois-ci une variation lente de la dynamique. Cela nous indique que la dynamique du système se structure sur des échelles de temps courtes mais évolue sur des échelles de temps très longues.

L'observation des traces temporelles n'est donc pas facile mais permet tout de même de rendre compte de la forme du signal. Le spectre de puissance (en bas) est calculé en effectuant une transformée de Fourier de la trace temporelle totale et montre que de nombreux modes sont présents dans ce régime. Nous apercevons cependant un pic nettement supérieur aux autres aux environs de 9.3 GHz. Ce pic correspond au 32^{ème} mode perceptible dans le spectre, nous savons alors que cette fréquence est causée par le battement d'au moins deux modes séparés de $32 \times \text{FSR}$. Dans le diagramme spatio-temporel (3.14b) nous pouvons observer la dynamique du laser sur 500 tours de cavité ($500 \times \tau_c$) tout en conservant l'information sur ce qu'il se passe durant un tour de cavité. Nous percevons clairement l'oscillation rapide qui

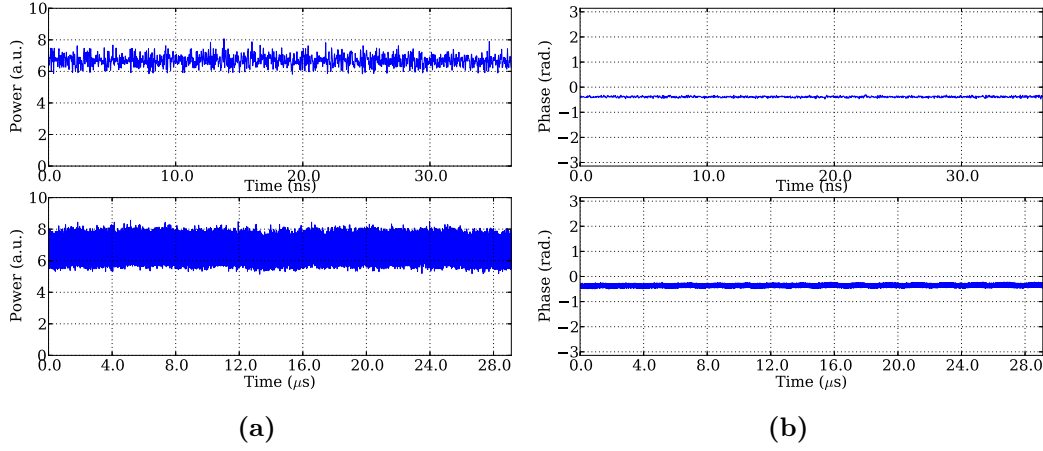


FIGURE 3.15 – Traces temporelles de **a)** l'intensité et **b)** la phase du laser dans l'état accroché. Les deux variables sont représentées pour des durées de $10 \times \tau_c$ (haut) et $8000 \times \tau_c$ (bas).

se produit 32 fois le long de l'axe horizontal (9.3 GHz), ainsi que son évolution au cours du temps.

Dans ce référentiel, tant que le signal est composé de fréquences appartenant à la base des modes de la cavité nous verrons des structures stationnaires. C'est évident car l'échantillonnage temporel se fait au FSR de la cavité, donc chacun de ses multiples constitue une structure stationnaire.

3.3.2 Régimes connus des oscillateurs non linéaires forcés

3.3.2.1 Accrochage en phase au forçage

Dans la grande famille des oscillateurs, l'accrochage signifie que le système est complètement synchronisé au forçage en suivant sa fréquence et sa phase. La puissance du forçage définit la zone de désaccord entre la fréquence naturelle du système et celle du forçage sur laquelle l'oscillateur peut s'accrocher. Dans la limite où le forçage est très fort l'accrochage se fait aisément, mais en réduisant la puissance du forçage, la zone de désaccord permettant l'accrochage devient plus petite. Ce principe est généralement représenté par les langues d'Arnold [Arnold 1989]. Dans le cas d'un oscillateur unique forcé, la vision de l'accrochage est bien claire car il n'y en a qu'un. Dans notre système comprenant un grand nombre de fréquences, il n'est pas si évident que le champ se mette à suivre exclusivement le forçage.

En forçant le laser en anneau, nous arrivons à obtenir un accrochage complet dès lors que l'injection n'est pas trop faible en puissance. Pour cela il faut ajuster le désaccord de sorte à se trouver proche du maximum d'une des résonances.

La figure 3.15a montre une trace temporelle lorsque le système est accroché au forçage sur $10 \times \tau_c$ (haut) et $8000 \times \tau_c$ (bas) où l'intensité de ne varie pas. Dans la figure 3.15b, nous pouvons voir que la phase relative est aussi constante et ne dérive pas. Comme nous avons vu dans la description de la mesure de phase, la référence

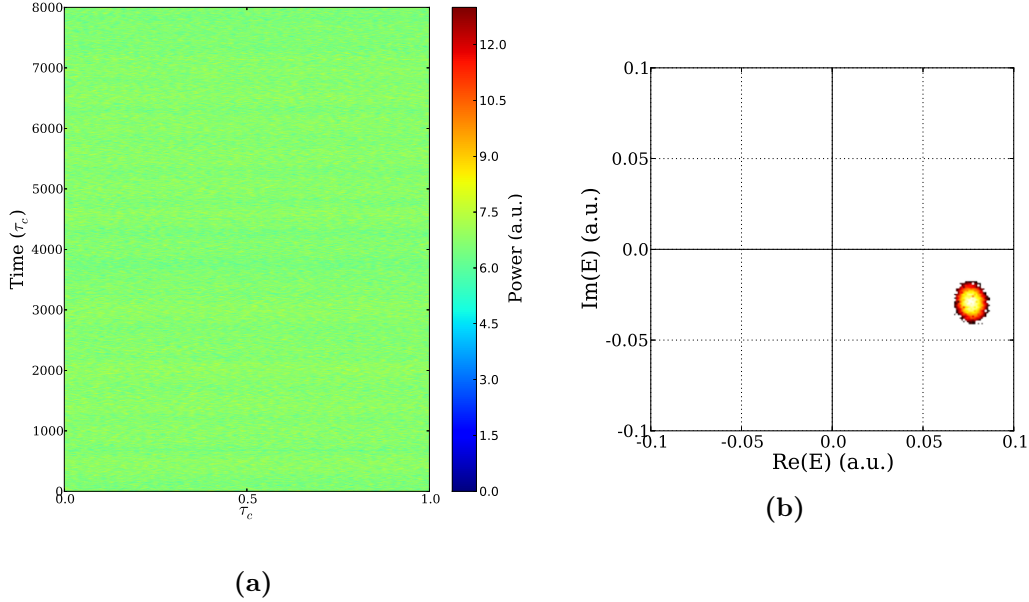


FIGURE 3.16 – a) Diagramme spatio-temporel et b) histogramme des valeurs de la phase dans le plan complexe du champ, effectués sur 8000 tours de cavité. Le système est dans les mêmes conditions que 3.15a et 3.15b.

est faite par le laser d'injection, il est donc tout à fait normal que la phase prenne une valeur constante lorsque que le laser en anneau est accroché à son forçage. Nous observons donc une différence de phase constante entre le laser maître et l'esclave, mais nous ne connaissons pas sa valeur car elle est additionnée à une constante qui dépend de la différence des chemins parcourus par le champ du laser maître au coupleur 3×3 , et du laser esclave au coupleur 3×3 .

Le diagramme spatio-temporel présenté dans la figure 3.16a montre une surface d'intensité constante. Nous voyons qu'il est très facile de reconnaître l'état accroché car il correspond à une zone tout plate dans ce diagramme. Nous pouvons distinguer une oscillation de très faible amplitude et de période $\simeq 500 \times \tau_c$, venant simplement d'une modulation dans le détecteur, n'ayant donc pas d'importance dans notre observation. Pour ce qui est de la phase, nous effectuons un histogramme à deux dimensions dans le plan $(\Re(E); \Im(E))$ pour les 8000 tours de cavité, tracé en échelle logarithmique dans la figure 3.16b. La phase étant accrochée au forçage, nous observons un point fixe dont la distance à l'origine (le point $(0;0)$) est donnée par l'amplitude du champ mesuré et l'angle correspond à la valeur de la phase. Sachant que la mesure de phase nous offre une valeur relative et non absolue, la position de ce point dans le plan complexe n'a pas d'importance. La dispersion autour du point fixe est due aux bruits de mesure et semble être assez faible sachant que nous avons ici environ 1.5×10^6 points, soit environ $30 \mu s$.

3.3.2.2 Solutions périodiques

Lorsque le système n'est pas accroché au forçage, il peut se trouver du côté positif ou négatif du désaccord en fréquence. Nous allons voir ici que la dynamique qui s'établit pour un désaccord positif est composée principalement de deux fréquences qui battent ensemble afin de former un motif oscillant. La figure 3.17a présente le motif en rouleau créé, pour $P_{inj} = 300$ mW et $I = 2.1$ A. Pour obtenir cette situation il faut augmenter Δ légèrement en partant de l'état accroché (à résonance). Le système n'étant plus suffisamment bien forcé pour rester accroché, l'état uniforme se déstabilise au travers d'une instabilité modulationnelle vers ce motif en rouleau (voir 3.3.3.3 page 71), dont la périodicité est fixée par la distance entre les deux fréquences qui battent. En regardant le spectre de puissance correspondant (3.17b, haut) nous voyons que de nombreux modes de la cavité émettent avec une très faible amplitude. Le plus grand pic se trouve à 4.4 GHz, correspondant à $16 \times \nu_c$. Cela signifie que les deux fréquences sont espacées de 16 modes et forment donc une oscillation. La présence d'une harmonique à 8.8 GHz indique que le battement observé est le résultat d'une interaction non linéaire et non pas la simple superposition de deux fréquences. Notons que le motif n'est pas stationnaire mais dérive vers la gauche, ce qui implique que la fréquence sous-jacente n'est pas exactement un multiple de ν_c . L'écart en fréquence responsable du mouvement du motif dans le diagramme spatio-temporel est estimé < 200 KHz et n'est donc pas perceptible dans le spectre de puissance.

La figure 3.17b (bas) montre la trajectoire effectuée par la phase pendant 10^4 tours de cavité dans le régime oscillant. La phase effectue une trajectoire circulaire dans une petite zone du plan complexe, sans passer autour de l'origine. Les valeurs explorées par la phase sont alors bornées. Lorsque le laser en anneau n'est pas accroché au forçage et forme un motif oscillant, deux scénarios sont possibles [Brazá 1990]. Le premier est le cas d'une émission mono-fréquence différente de celle du forçage, impliquant une oscillation autour de l'origine à la fréquence donnée par le désaccord. Dans notre cas c'est le deuxième scénario qui intervient, et la phase oscille sans passer autour de l'origine. Nous ne présentons pas d'observation expérimentale du premier scénario mais la transition entre les deux s'effectue en variant le désaccord. Pour Δ croissant, nous pourrions voir le système passer du régime où la phase est bornée au régime où la phase tourne autour de l'origine.

3.3.3 Complexité spatio-temporelle

Après avoir identifié les états accrochés et oscillants, nous pouvons continuer à explorer la dynamique de ce système fournissant un large choix en jouant sur les paramètres. Nous allons tout d'abord voir la zoologie des états complexes du système, puis nous analyserons les différentes instabilités intervenant lors des transitions entre régimes.

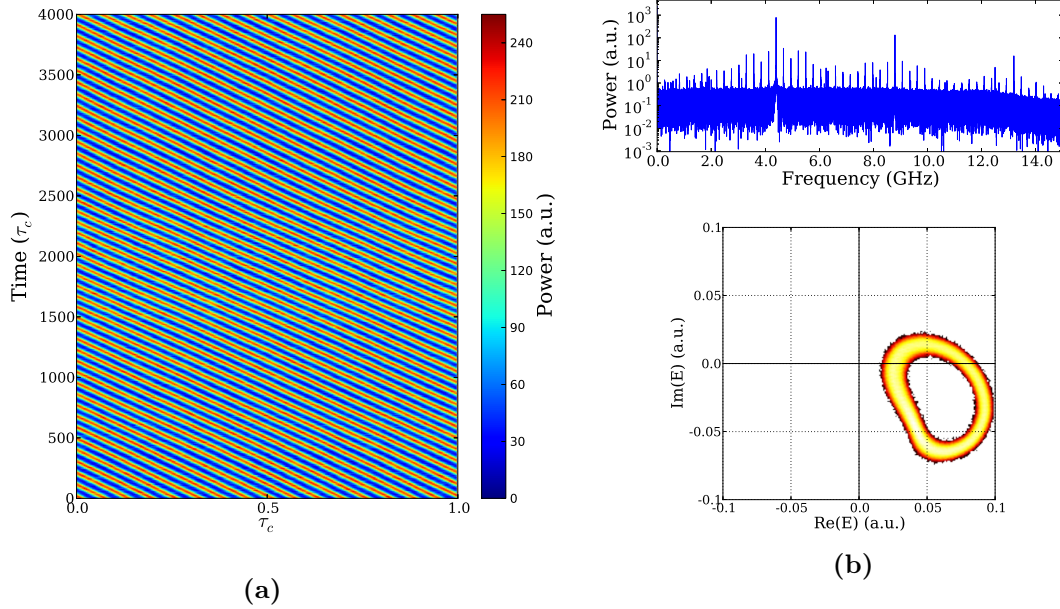


FIGURE 3.17 – **a)** Motif en rouleau représenté sur $4000 \times \tau_c$, **b)** spectre de puissance avec une résolution de 100 KHz (haut) et trajectoire de la phase (bas) sur $10\,000 \times \tau_c$. Les paramètres sont $P_{inj} = 300$ mW, $I = 2.1$ A et $\Delta > 0$

3.3.3.1 Zoologie de la dynamique

Le but de cette section est tout d'abord de montrer la diversité des observations possibles, puis de cartographier la dynamique du système dans l'espace de paramètres. L'analyse de ces régimes sera phénoménologique mais permettra d'avoir un point de vue global sur le comportement du système. La figure 3.18 contient neuf régimes de fonctionnement du laser en anneau sous l'influence du forçage. Chaque image montre l'intensité du champ électrique codée en échelle de couleur du bleu au rouge, évoluant sur des temps de 500 à $1000 \times \tau_c$.

Le premier régime (3.18a) est un état oscillant présentant des dislocations. La périodicité du motif n'est pas constante et nous distinguons des lignes d'amplitude faible (en vert) parcourant l'espace de gauche à droite en diagonale. Le désordre qui intervient dans ce motif périodique peut être associé à une instabilité de phase [Gil 2014] qui impose localement des pertes de cohérence de phase. Cette instabilité est présente loin du seuil du laser en anneau avec une injection relativement faible. En se plaçant sur l'état oscillant, il faut alors réduire la puissance d'injection de sorte à ce que le système suive moins le forçage.

Pour une très forte injection, $P_{inj} = 300$ mW, nous pouvons observer la focalisation des maxima de l'oscillation, qui forme des impulsions courtes montées sur une modulation (3.18b). Ce régime stationnaire est intéressant car les impulsions trouvent une taille limite et se propagent sur la modulation en ligne droite. Il est obtenu en augmentant Δ à partir de l'état oscillant. Dans la figure 3.18c, nous observons le même régime avec cette fois-ci sept impulsions qui oscillent avec la modulation. La quantité

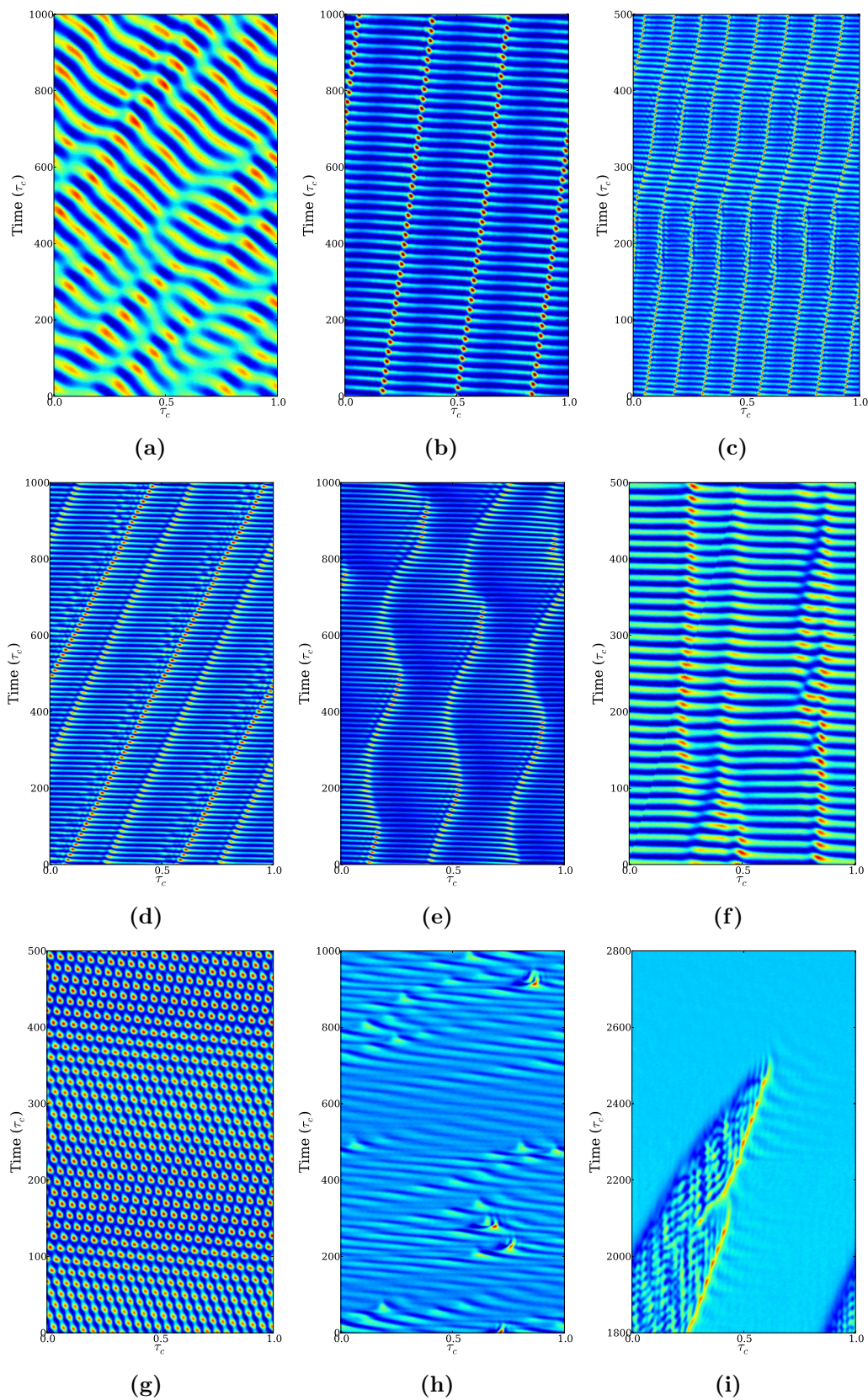


FIGURE 3.18 – Zoologie de la dynamique en neuf images.

de pulses qui se forment n'est pas contrôlée mais semble dépendre de la période de la modulation sous-jacente. Au niveau de la ligne 200 du diagramme spatio-temporel, nous pouvons discerner un léger changement de comportement amenant à une déformation des pulses et un changement d'orientation. Puis les pulses s'élargissent sous l'accroissement d'amplitude de la modulation et enfin, reviennent à leur forme initiale. Ces perturbations sont attribuées à des variations thermiques internes au milieu actif qui modifient le désaccord (voir section 3.3.3.2, page 69). Cette variation étant très petite, le motif se déforme un peu mais reste très stable tant que l'injection est suffisamment forte. Ces pulses se répartissent dans l'espace de sorte à égaliser leur distance, indiquant une répulsion entre ces impulsions. Ils peuvent néanmoins se placer de sorte à ce que la structure obtenue soit plus complexe, comme dans la figure 3.18d. Nous y voyons quatre pulses qui semblent être regroupés par deux. Les deux groupes, chacun constitué d'une grande et d'une petite impulsion, sont séparés exactement de la moitié de la longueur de la cavité mais la distance entre les deux impulsions d'un groupe est plus petite qu'un quart de la longueur de la cavité. Ce régime, dérivé de celui où tous les pics sont identiques (3.18b), montre que l'intensité peut se distribuer de façon plus ou moins complexe dans l'espace, donnant ainsi des exemples d'auto-organisation.

Si l'on réduit la puissance d'injection, le régime pulsé se déstabilise, et les pulses peuvent se mettre à suivre une trajectoire oscillante (3.18e). Dans ce cas, les trois pulses présents subissent un mouvement oscillant qui est interprété comme une succession de rapprochements et de répulsions. Dû aux conditions aux bord périodiques, si l'on pousse un pulse, nous pouvons nous attendre à ce qu'il pousse le deuxième, qui à son tour poussera le troisième, puis le troisième repousse le premier, et ainsi de suite. Cette interprétation en terme de répulsion n'est pas forcément justifiée dans le sens où les pulses considérés appartiennent à un motif périodique et ne sont pas des états indépendants. Cependant, dans la figure 3.18f, le pulse de gauche se déplace en ligne droite de façon stable, alors que celui de droite change de forme à plusieurs reprises. Nous avons ici une forme de coexistence spatiale de plusieurs objets indépendants.

La figure 3.18g montre une structure spatio-temporelle ressemblant fortement à un motif hexagonal. La formation de telles structures dans des systèmes d'ondes avec extension spatiale est interprétée comme une onde stationnaire causée par 3 vecteurs d'ondes dont les directions relatives forment un angle de $\pi/3$. Dans notre observation, une fréquence vient de l'oscillation en arrière plan (vu précédemment), une autre impose la modulation le long d'un maximum du motif oscillant selon la direction des pulses précédemment observés (3.18b), et la dernière vient de l'échantillonnage temporel, *i.e.* la fréquence fondamentale de la cavité : ν_c . La structure hexagonale obtenue dans notre système n'est pas une structure stationnaire dans un espace à deux dimensions, mais une structure qui dérive dans un espace à une dimension. Nous pouvons voir des distorsions de la structure hexagonale qui semblent indiquer que les fréquences mises en jeu ne sont pas complètement bloquées. Nous n'avons pas d'interprétation physique pour l'existence de ce régime, mais un travail plus poussé pourrait permettre d'identifier les raisons de l'apparition de ce régime.

La figure 3.18h montre la formation d'impulsions de forte intensité sur un état oscillant désordonné. Le motif en arrière plan correspond à une oscillation dont l'amplitude et la fréquence varient de façon erratique. Ceci peut être obtenu lorsque l'on amène le laser en anneau loin du seuil et que le forçage n'est pas trop fort. Se forme alors un état irrégulier pour lequel la phase du champ électrique est bornée. Les pulses apparaissent sans aucune périodicité contrairement aux régimes vus jusqu'ici et ont un temps de vie assez court (quelques dizaines de tours de cavité). Ce régime est étudié en détail dans la section 3.4 dans laquelle l'analyse statistique de la hauteur des pulses montre qu'ils constituent des événements extrêmes associés à une dynamique de phase.

La dernière observation, figure 3.18i, présente le cas où l'état accroché (zone lisse) coexiste avec un état décroché et désordonné. Dans ce régime, le système peut se trouver dans les deux états formant alors des domaines, dont la stabilité relative impose un taux de croissance/décroissance. Nous voyons que le domaine correspondant à l'état accroché grandit et finit par remplir tout l'espace. Nous étudions cette dynamique dans la sous section 3.3.4 (page 73).

Sous l'influence du forçage, le laser en anneau peut fonctionner de manière très différente lorsque les paramètres varient. Nous avons observé des structures spatio-temporelles très organisées et des régimes désordonnés. Le rapport entre la puissance optique injectée et le pompage du laser joue un rôle important sur la capacité du laser à suivre le forçage. Plus le pompage est fort, plus les motifs créés peuvent se déformer donnant l'impression que l'état n'est pas figé. Au contraire si le forçage est très fort pour un pompage faible, les motifs sont très rigides. Dans un laser injecté sans dimension d'espace, les transitions obtenues en variant le désaccord autour de la résonance sont bien connues. [Arecchi 1984, Bonatto 2011].

3.3.3.2 Dynamique de van der Pol–Fitzhugh–Nagumo

En regardant l'évolution du système sur des temps longs (dans la détection lente), nous avons observé qu'il peut émettre en effectuant des sauts relativement réguliers entre deux états d'intensités différentes. Pour cela il faut ajuster le désaccord en fréquence de sorte à se placer sur le bord de la zone d'accrochage, du côté négatif du désaccord (*cf.* figure 3.8). La figure 3.19a présente l'évolution typique de l'intensité sur 35 ms, composée de sauts très rapides connectant l'état du haut (forte intensité) à l'état du bas (plus faible intensité). Ce phénomène a été observé expérimentalement dans des lasers à semi-conducteur sans extension longitudinale, et décrit comme le résultat d'un couplage entre une variable lente et une variable rapide, parfaitement reproduit par le modèle de van der Pol–Fitzhugh–Nagumo (VPFN) [Barland 2003]. Dans le système physique, la variable lente est constituée par la température qui n'est alors plus considérée comme un paramètre, et la variable rapide est la variable optique (le champ électromagnétique). Le contrôle de température mis en place dans l'expérience nous permet de maintenir la température de la monture du milieu actif mais nous ne maîtrisons pas les variations de températures à l'intérieur du cristal. Le couplage thermo-optique impliqué dans la dynamique se fait par l'intermédiaire du milieu actif qui voit ses propriétés optiques changées (indice de réfraction, gain)

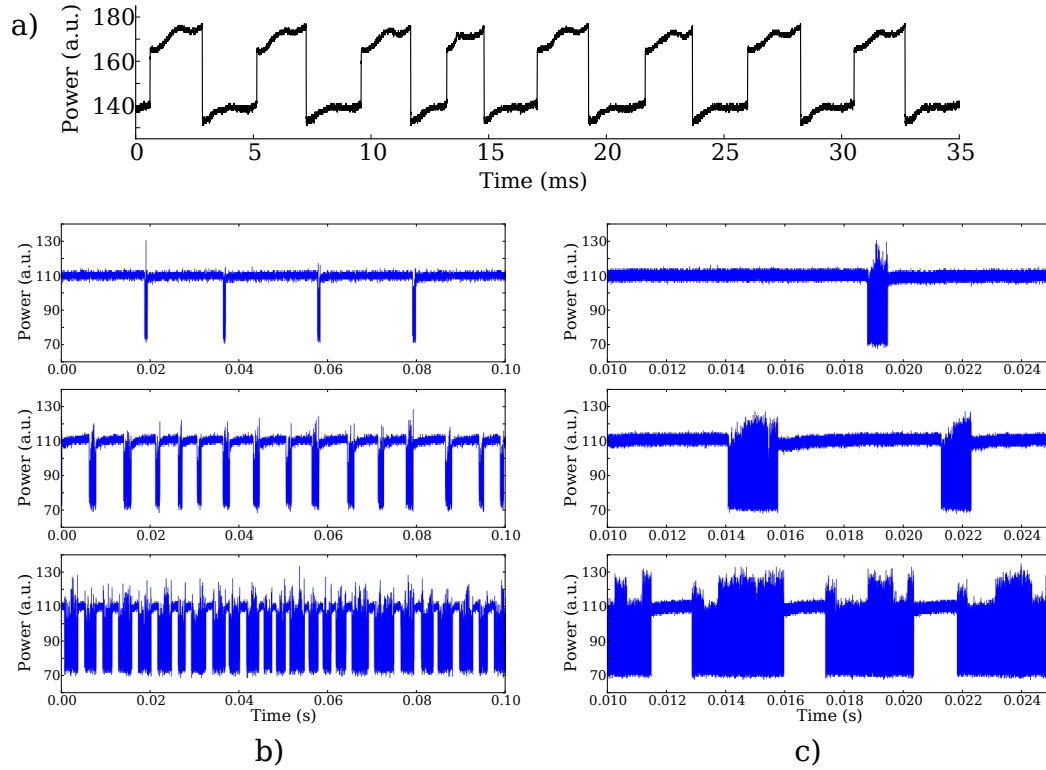


FIGURE 3.19 – Traces temporelles correspondant à la dynamique de van der Pol-Fitzhugh-Nagumo. **a)** Evolution de l'intensité durant 35 ms détectée grâce à la photodiode lente. **b)** traces temporelles longues de 100 ms, acquises avec la détection rapide pour Δ croissant (du côté négatif) en descendant. **c)** Zoom de 10 à 25 ms sur les traces montrées en dans **b)**. L'échantillonnage de la détection rapide est choisi à 25 MHz pour permettre d'observer les temps longs tout en montrant la présence de la dynamique rapide. Les données en **a)** sont obtenues pour les mêmes paramètres que **b)** et **c)** en bas.

en fonction de la température. Le désaccord en fréquence entre l'injection et le laser en anneau évolue avec la variable thermique, induisant des changements de comportement du système. Nous pouvons alors observer des transitions entre deux états en se positionnant sur le bord d'une zone de stabilité. Le régime montré en 3.19a prouve l'existence d'une dynamique à l'échelle de la milli-seconde, dont les sauts rapides connectent deux états légèrement modulés. Dans les figures 3.19b et 3.19c nous regardons la dynamique rapide avec un échantillonnage réduit à 25 MHz, permettant de mesurer sur des temps plus longs (respectivement 100 ms et 15 ms). Les traces temporelles montrent l'évolution de la dynamique avec Δ décroissant de bas en haut. L'état haut est stationnaire et correspond à l'état accroché du système alors que l'état bas montre des variations rapides d'intensité. En partant du haut, nous remarquons que les temps de vie relatifs entre les deux états évoluent, indiquant que l'état du bas est de plus en plus stable. Si l'on continue à diminuer Δ l'état accroché n'est plus stable et nous n'observons plus cette transition. L'extension longitudinale de notre laser implique une dynamique rapide dès lors qu'il n'est pas accroché au forçage. La dynamique induite par le couplage thermo-optique

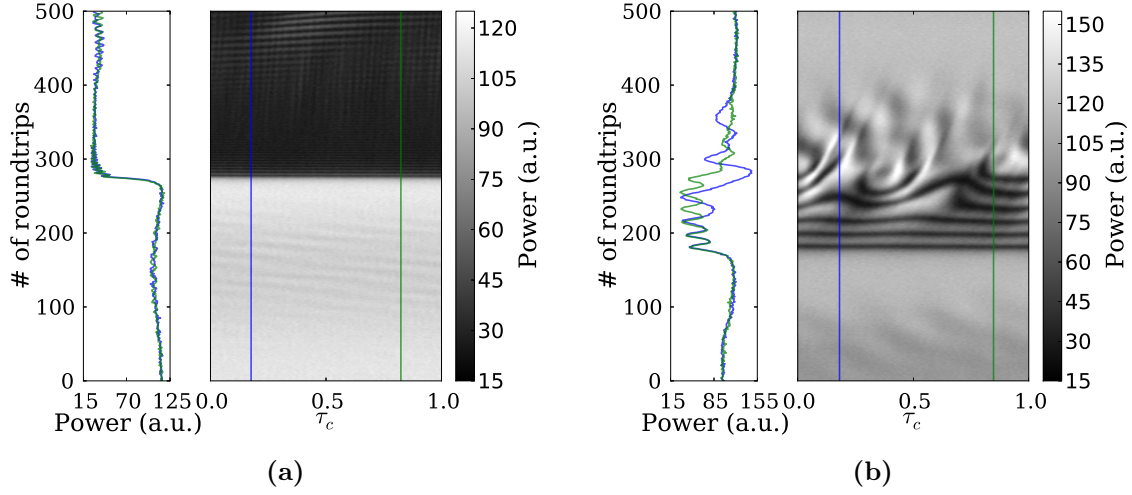


FIGURE 3.20 – Instabilité en onde plane. Les deux lignes (bleue et verte) indiquent la position des coupes montrés sur la gauche des diagrammes spatio-temporels. La décroissance de l'intensité est identique en tout point de l'espace.

décrite dans le modèle VPFN ne prend pas en compte ce degré de liberté mais nous permet d'identifier le mécanisme à l'origine de la dynamique lente observée. L'inconvénient amené par la modulation "interne" d'un paramètre est compensé par le fait qu'il permet d'étudier les transitions entre états.

Sous le seuil du laser nous avons observé le même comportement sauf que les deux états sont stationnaires. Ce cas correspond alors à celui d'un laser sans extension longitudinale. Lorsque le laser en anneau est opéré au dessus du seuil, le principal changement est dans la nature des états observés, et la modulation due au couplage thermo-optique est présente dès que les variations du désaccord suffisent à passer d'un état à un autre. Ainsi, pour un état possédant une large zone de stabilité en fonction de Δ , nous ne verrons pas d'influence de la variable thermique, alors que si le système est placé à proximité d'une bifurcation, des régimes comme ceux observables dans la figure 3.19 apparaissent.

3.3.3.3 Instabilités

Le système accueille des régimes de fonctionnement très variés dont la complexité peut être plus ou moins grande. En partant de l'état uniforme (accroché), nous pouvons varier les paramètres de sorte à modifier sa stabilité et ainsi obtenir d'autres états. La dynamique lente vue dans la partie précédente joue un rôle crucial pour effectuer des variations de paramètres de façon récurrente et permettre de répéter les observations. Nous présentons dans cette section les instabilités ainsi identifiées, menant à des transitions entre l'état accroché et les états voisins dans l'espace des paramètres.

La figure 3.20 présente le cas de l'instabilité en onde plane. Nous voyons que

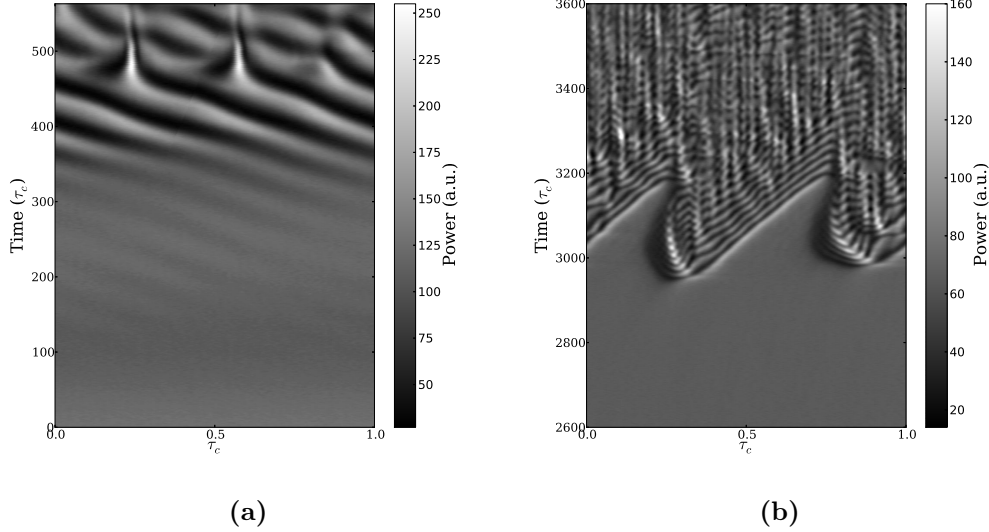


FIGURE 3.21 – **a)** Instabilité modulationnelle obtenue en augmentant Δ depuis l'état accroché ($500 \times \tau_c$), **b)** décrochage impliquant une dynamique de fronts pour $\Delta < 0$ pour une faible puissance d'injection ($1000 \times \tau_c$).

l'état accroché se déstabilise et le système tombe sur un autre état d'intensité plus faible. Pendant la transition nous pouvons voir que tout l'espace décroît en même temps, indiquant qu'il n'y a qu'une seule fréquence présente dans le système. L'instabilité en onde plane s'obtient lorsque Δ est décalé vers les valeurs négatives en partant de l'état uniforme. Peu importe la valeur du pompage et tant que l'injection est suffisamment forte, le système se déstabilise de cette façon pour $\Delta < 0$. En revanche, la dynamique qui apparaît après l'instabilité dépend de l'ensemble des paramètres du système. Dans la figure 3.20a, l'état uniforme se déstabilise aux alentours de la ligne 280 et de faibles oscillations apparaissent, avant que l'état "bas" se développe, menant alors à des oscillations de plus forte amplitude. L'image de la figure 3.20b montre le cas où le système passe successivement de l'état uniforme vers l'état décroché (ligne 180), puis se raccroche (en 400). Le décrochage s'effectue de la même manière que dans 3.20a, à part que l'amplitude des oscillations est plus élevée et leur période plus longue. Ces oscillations se déforment puis donnent lieu à une structure spatiale qui converge à nouveau vers l'état accroché. Dans ce cas, nous voyons l'impact de la dynamique lente en très haute résolution. Le résultat est que le système se décroche et se raccroche sur un temps de $200 \times \tau_c$, permettant de voir aisément la transition. Le temps de décroissance de l'état uniforme est très court, quelques tours de cavité, et dépend intégralement du temps de vie τ_p du champ dans la cavité. Cependant, ce temps peut varier en fonction de paramètres exacts du système (principalement le pompage, si l'on considère des pertes fixes), ce qui explique que cette décroissance est légèrement différente dans les deux cas de la figure.

En partant de l'état accroché, il est possible d'obtenir une autre transition si

l'on augmente Δ . En effet, nous observons dans la figure 3.21a une modulation dont l'amplitude part de zéro et augmente fortement avec le temps. Ceci est caractéristique de l'instabilité modulationnelle qui intervient dans les systèmes étendus. Elle correspond au fait que la partie réelle d'un vecteur d'onde présent dans le système devient positive, amenant à la formation d'une oscillation d'amplitude croissante à fréquence constante. En partant de l'état uniforme, cette instabilité crée d'abord le motif en rouleau, qui à son tour se déforme et deux pulses de forte intensité apparaissent. Si la variation du désaccord est plus faible, nous voyons apparaître l'oscillation qui se stabilise sur le motif en rouleau (vu en partie 3.3.2.2, page 65). Contrairement à l'instabilité en onde plane, au minimum deux fréquences sont nécessaires ici et nous savons en pratique que de nombreux modes émettent avec une faible amplitude.

Nous avons vu que lorsque Δ est déplacé vers les valeurs positives c'est l'instabilité modulationnelle qui intervient, et vers les valeurs négatives, l'instabilité en onde plane. Cependant, une autre transition est possible pour un désaccord négatif si la puissance d'injection est suffisamment faible. Celle-ci est illustrée dans la figure 3.21b où l'on perçoit que l'état accroché se déstabilise (ligne 2950, à $\tau_c/3$) formant alors un domaine dont la taille grandit avec le temps. Ce comportement ressemble à celui observé dans les système bistables où les deux états sont connectés par des fronts [Coullet 2002, Giacomelli 2012]. Dans des systèmes variationnels, la vitesse de ces fronts est fixée par la stabilité relative des deux états qu'ils connectent et nous pouvons alors observer des domaines (délimités par les fronts) dont la taille évolue au cours du temps. Dans la figure 3.21b, le désaccord change suffisamment pour voir toute la séquence depuis l'état accroché (en bas) jusqu'à l'état décroché (en haut), en passant par une situation où les deux états coexistent spatialement. Nous discutons dans la partie suivante les détails de ce régime.

3.3.4 Multi-stabilité spatio-temporelle

Parmi la multitude des régimes présentés dans la partie précédente, nous allons nous focaliser ici sur les cas où l'état accroché coexiste spatialement avec un état décroché. La possibilité pour le système de se trouver dans deux états implique une distribution de l'énergie totale dans un état, dans l'autre, ou dans les deux en même temps. Dans les figures 3.18i et 3.21b vues précédemment, les fronts qui connectent les deux états se déplacent à des vitesses différentes, impliquant un transfert d'énergie complet d'un état à un autre. L'existence et la propagation de fronts dans des systèmes étendus ont été largement étudiés ([Coullet 2002]) et nous savons que leur vitesse est directement reliée à la stabilité relative des états présents.

Dans un premier temps nous présentons quelques observations exotiques de la coexistence de domaines accrochés et décrochés, puis nous discuterons de la particularité de notre système du fait que l'extension spatiale est réalisée le long de la propagation.

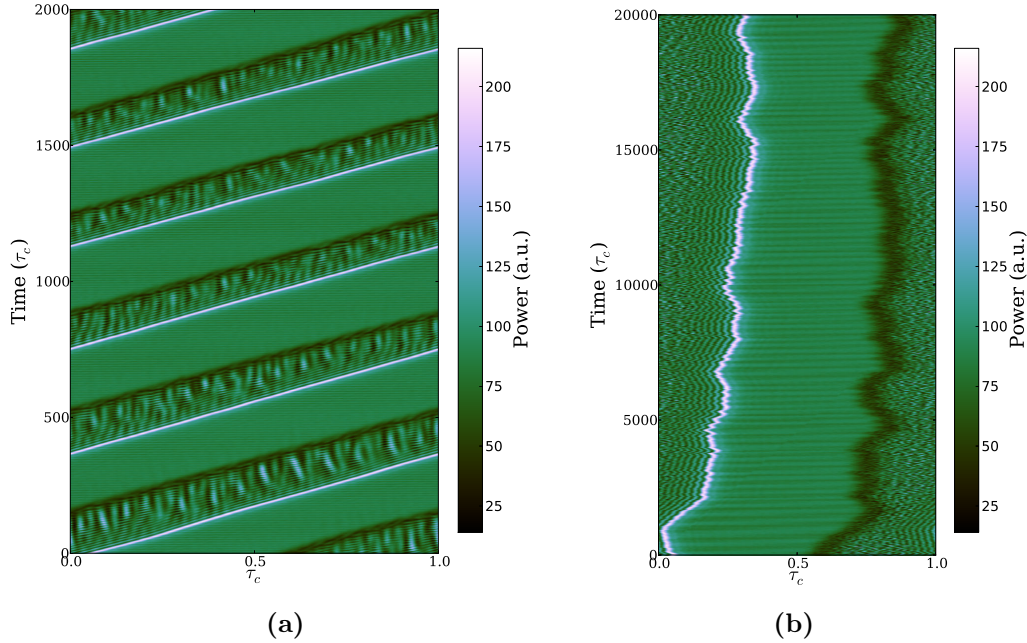


FIGURE 3.22 – Diagrammes spatio-temporels montrant la coexistence de domaines accrochés et décrochés. **a)** dans le référentiel habituel durant $2000 \times \tau_c$ et **b)** dans le référentiel où les fronts sont stationnaires pour observer l'évolution des domaines, pendant $20\,000 \times \tau_c$.

3.3.4.1 Coexistence d'états accrochés et décrochés

Nous savons que le système peut se trouver dans un régime où il est accroché au forçage dans une partie de l'espace, et décroché dans une autre partie. Les deux états sont alors stables et se partagent l'espace. En général, les fronts se déplacent à des vitesses différentes, ayant pour conséquence de faire croître/décroître la taille des domaines. En ajustant le paramètre de contrôle Δ , nous pouvons nous attendre à trouver une valeur pour laquelle la stabilité des deux états est équivalente, impliquant une stabilité marginale de la taille des domaines. Dans le diagramme spatio-temporel de la figure 3.22a, nous voyons que les fronts se déplacent vers la droite à une vitesse sensiblement équivalente pendant $2000 \times \tau_c$. Dans la figure 3.22b nous adaptons le référentiel dans lequel nous observons ce régime de sorte à ce que les fronts ne dérivent plus (en moyenne). L'échantillonnage de la trace temporelle ne se fait plus exactement à ν_c (274.5 MHz), mais à 273.9 MHz, équivalent à un décalage de 10.4 ps par tour de cavité. Grâce à la détection en temps réel, nous sommes capables de suivre l'évolution à chaque tour de cavité de la position et de la vitesse des fronts. Le fait de se placer dans un référentiel différent change notre perception de ce qui se passe, mais tant que nous connaissons le référentiel dans lequel nous observons, il n'y a aucune déformation ou perte d'information. Au contraire, cela nous permet ici de visualiser l'évolution de la taille du domaine accroché (par exemple) sur $20\,000 \times \tau_c$. Dans ce cas particulier, le domaine accroché conserve une taille semblable à long terme, ce qui indique qu'un mécanisme impose aux fronts une différence de vitesse nulle (en moyenne). Une interprétation possible

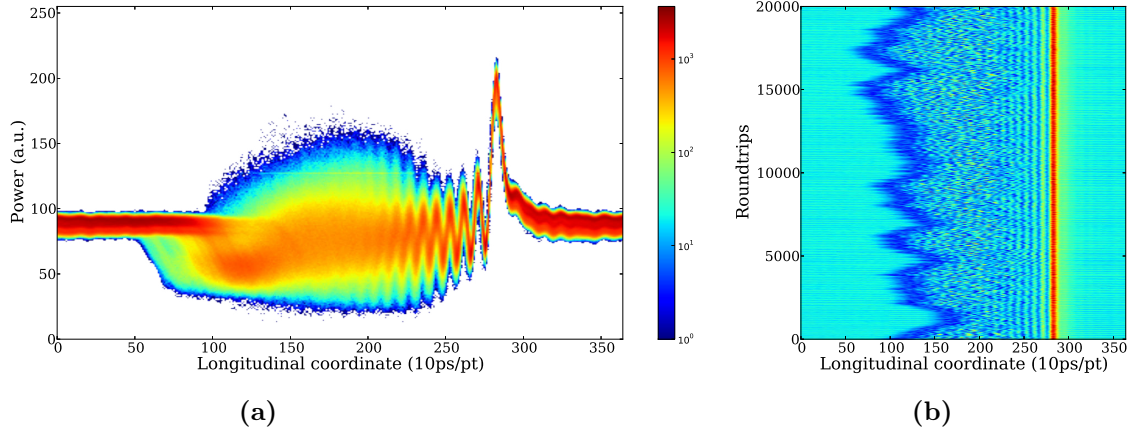


FIGURE 3.23 – **a)** superposition du signal sur les 20 000 tours de cavité dans un histogramme en échelle de couleur logarithmique (du bleu au rouge). **b)** représentation spatio-temporelle obtenue en déclenchant sur le maximum à chaque tour de cavité.

est que les fronts sont couplés l'un à l'autre, empêchant qu'ils ne s'écartent ou se rapprochent l'un de l'autre. En effet, il a été montré qu'en imposant une modulation à un système bistable soumis à une boucle de rétroaction, les fronts se bloquent à des distances discrètes correspondant à la période du potentiel induit par la modulation. [Marino 2014]. La faible modulation visible sur l'état accroché dans la figure 3.22a peut être responsable de la communication entre les fronts, leur imposant ainsi une vitesse commune.

Afin de regarder ce régime plus en détail, nous pouvons manipuler les données en repérant le maximum pour chaque tour de cavité puis en le positionnant au même point, équivalent ainsi à une mesure déclenchée si l'on réalise cette opération directement sur l'oscilloscope. Nous pouvons donc superposer les séquences et analyser l'évolution du domaine sur les 20 000 tours de cavité. Le résultat est présenté dans la figure 3.23a, sous forme d'un histogramme où l'échelle de couleur code pour le nombre d'événements. La figure 3.23b présente l'équivalent d'un diagramme spatio-temporel dans lequel nous distinguons que le maximum a une position fixe (point 282 sur l'axe horizontal). Notons que cette représentation diffère du diagramme 3.22b par la perte de l'information sur la vitesse absolue. En partant de la gauche dans l'histogramme (3.23a), nous passons de l'état accroché à un état désordonné, puis nous suivons des oscillations avant de passer par le maximum et de se raccrocher au forçage. La taille du domaine accroché semble contrainte mais varie tout de même autour d'une valeur moyenne avec des temps caractéristiques de l'ordre de quelques centaines de tours de cavité, correspondant à celui des fluctuations thermiques. La structuration qui apparaît sur la gauche du maximum semble montrer que le système suit une trajectoire fixe dans l'espace des phase lorsqu'il s'accroche au forçage. L'état décroché ne sera pas caractérisé en détail ici mais semble correspondre à un des régimes de turbulence observés dans les milieux oscillants forcés [Chate 1999], nous le dénommerons à partir de maintenant "état turbulent", en contraste avec

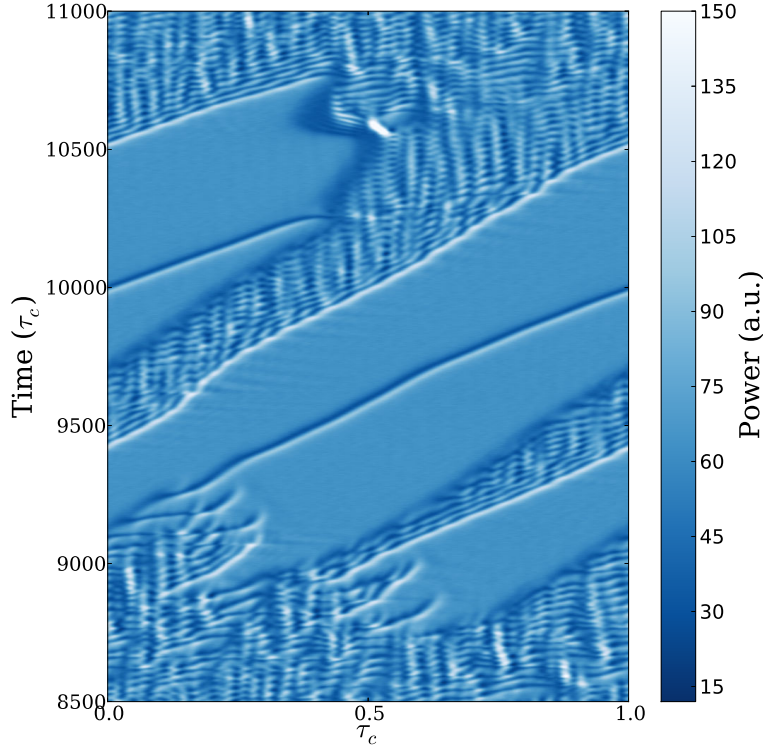


FIGURE 3.24 – Exemple de naissance spontanée de domaines accrochés au milieu de l’état turbulent, l’un d’entre eux comprenant un état localisé en phase (voir chapitre 4).

l’état parfaitement synchronisé lorsque le laser est accroché au forçage. Remarquons que les mesures analysées dans cette partie nous offrent une vision de l’accrochage à une échelle inférieure à τ_c contrairement aux transitions accrochage/décrochage vues en section 3.3.3.3 (page 71) où tout l’espace était concerné.

De façon plus générale, des domaines accrochés prennent naissance au milieu de l’état turbulent, puis grandissent et rapetissent en fonction des variations de désaccord (dus aux variations thermiques vues en section 3.3.3.2, page 69), donnant lieu à des observations tout à fait surprenantes où des sortes de paysages se dessinent. La figure 3.24 montre un exemple très intéressant où le système est dans l’état turbulent en 8500, puis un domaine accroché est nucléé en 8750 et grandit en dérivant vers la droite. Un deuxième domaine accroché se crée en 8900 et rencontre le premier, qui arrive alors par la gauche du fait des conditions aux bords périodiques du système. Lorsqu’ils sont suffisamment proches, ils se rassemblent, mais ne résultent pas simplement en un domaine unique qui peut éventuellement envahir tout l’espace (comme vu dans la figure 3.18i). Nous distinguons ici un objet localisé dont la dimension semble fixe et se propageant à l’intérieur du domaine accroché. Il s’agit d’une structure localisée en phase, constituée par un tour de phase de 2π connectant l’état accroché avec lui même, et acquérant ainsi une charge chirale : un soliton de

phase dissipatif (voir chapitre 4). La vitesse du soliton étant différente de celle des fronts du domaine, il s'approche du bord droit, et disparaît en percutant le domaine turbulent (en 10200). Le bord droit du domaine accroché change de vitesse rapidement et le domaine rapetisse fortement avant de mourir pour laisser l'état turbulent envahir tout l'espace.

Ces observations sont rendues possibles grâce au système de détection en temps réel. La diversité des comportements et la complexité des régimes observés ne pourraient pas être étudiés par des mesures moyennes ou spectrales. La multi-stabilité spatiale notamment, nécessite que nous suivions l'évolution du système pas à pas avec une bonne résolution sur des temps longs devant le temps caractéristique d'évolution (τ_c).

3.3.4.2 Discussion sur la brisure de symétrie $z/ - z$

Le laser en anneau que nous étudions possédant une extension spatiale le long de la propagation (suivant z), nous pouvons nous demander ce qu'il advient de la symétrie par renversement dans l'espace, propriété commune dans les systèmes spatiaux. Le temps passe le long de l'axe de propagation, laissant penser que l'aspect propagatif joue un rôle important dans l'évolution du système. D'après les observations présentées jusqu'ici, nous essayons de répondre à cette question, mais nous répondrons plus précisément dans le chapitre 4 (sous-section 4.3.2, page 104) au travers des modèles étudiés.

En regardant attentivement la forme des fronts de part et d'autre d'un domaine accroché, il est évident que le passage de l'état accroché vers l'état turbulent, et de l'état turbulent vers l'état accroché, ne se fait pas de la même façon (par exemple 3.23a et 3.23b). Cela signifie que le système ne suit pas la même trajectoire pour connecter les deux états, et qu'il y a une orientation dans les transitions. Remarquons aussi que les fronts se déplacent toujours vers la droite dans le référentiel du laser. Les observations indiquent clairement que la symétrie $z/ - z$ est brisée dans notre système, mais nous ne savons pas à ce stade ce qui en est la cause. Est-ce qu'un terme de forçage (intervenant le long de la propagation) est responsable de cette brisure de symétrie, ou est-ce simplement un terme d'évolution suivant l'axe z ? Nous verrons les détails dans le chapitre 4 (sous-section 4.3.2, page 104), où nous mettons en avant que la non instantanéité des porteurs de charges brise la symétrie.

3.4 Analyse statistique et évènements extrêmes

L'étude statistique des systèmes de haute dimension permet souvent d'appréhender leur comportement d'un point de vue global. Devant la complexité d'un système dynamique, il est possible d'étudier un comportement au détail en se restreignant à une petite zone de paramètres. Dans le but de comprendre la structure de l'espace des phases et d'appréhender la dynamique dans son ensemble, il est très intéressant d'analyser l'évolution d'observables statistiques sur une grande zone dans l'espace des paramètres.

Les systèmes optiques ont permis de mettre en avant de nombreux concepts propres à la propagation d'ondes dans des milieux non linéaires car les temps caractéristiques d'évolution sont très petits. L'étude statistique dans des systèmes optiques permet alors d'accumuler un très grand nombre de réalisations et de construire des distributions significatives en des temps très courts. L'analogie entre différents systèmes d'ondes passe par la modélisation mathématique commune de ces différents systèmes. L'exemple le plus évident est celui de l'équation de Schrödinger non linéaire (NLS) qui peut décrire les ondes de surfaces de l'océan aussi bien que l'enveloppe d'une onde optique se propageant dans un milieu non linéaire. En s'appuyant sur cette analogie, de nombreuses études dans les fibres optiques focalisent sur l'apparition d'évènements extrêmes et de statistiques non triviales ([Solli 2007]) lors de l'élargissement spectral de l'onde incidente, ou de la propagation d'une onde incidente partiellement incohérente ([Walczak 2015]). Ces systèmes conservatifs sont à l'équilibre, contrairement au cas d'un système dissipatif auquel nous apportons de l'énergie. L'étude statistique de cavités optiques passives injectées par des ondes incohérentes ([Conforti 2015]) montre que des évènements extrêmes peuvent exister bien que la dissipation soit forte. D'une autre manière, les lasers constituent des systèmes optiques hors équilibre, intéressants pour étudier la propagation non linéaire d'ondes où les propriétés de cohérence proviennent du système lui même, et non du choix de l'onde incidente. Les propriétés statistiques ont ainsi été étudiées dans des laser à fibre optique [Soto-Crespo 2011] montrant la présence d'évènements extrêmes. Dans des lasers à semi-conducteur mono-modes soumis à une injection optique cohérente, l'apparition d'évènements extrêmes a été décrite comme le résultat d'un processus non linéaire déterministe ([Bonatto 2011]) offrant alors la possibilité de les prédire en suivant la trajectoire du système ([Zamora-Munt 2013]).

Nous avons vu que tous ces systèmes optiques, aussi différents soient-ils, exhibent des propriétés statistiques montrant l'apparition d'évènements de très haute amplitude apparaissant plus fréquemment que si le système suivait une distribution gaussienne. Remarquons que l'étude d'un laser étendu le long de la propagation soumis à un forçage cohérent n'a encore jamais été réalisée. Notre laser en anneau constitue un oscillateur étendu le long de la propagation, dont la réponse au forçage externe est fortement dépendante du désaccord en fréquence. Nous témoignons alors dans un premier temps du comportement statistique de notre système en lien avec son spectre d'émission. Nous analysons ensuite le cas particulier d'évènements extrêmes comportant une charge chirale, provenant de la nature oscillatoire de notre système.

3.4.1 Etude systématique : point de vue statistique sur un système de grande dimension

Nous proposons ici une analyse statistique du système dans l'idée d'offrir un point de vue d'ensemble face à la diversité de ses comportements. Nous regardons principalement comment le système évolue lors de variations du désaccord, qui constitue le paramètre de contrôle principal (voir section 3.2.4, page 55).

La figure 3.25 montre l'évolution de la fonction de densité de probabilité (3.25a) et

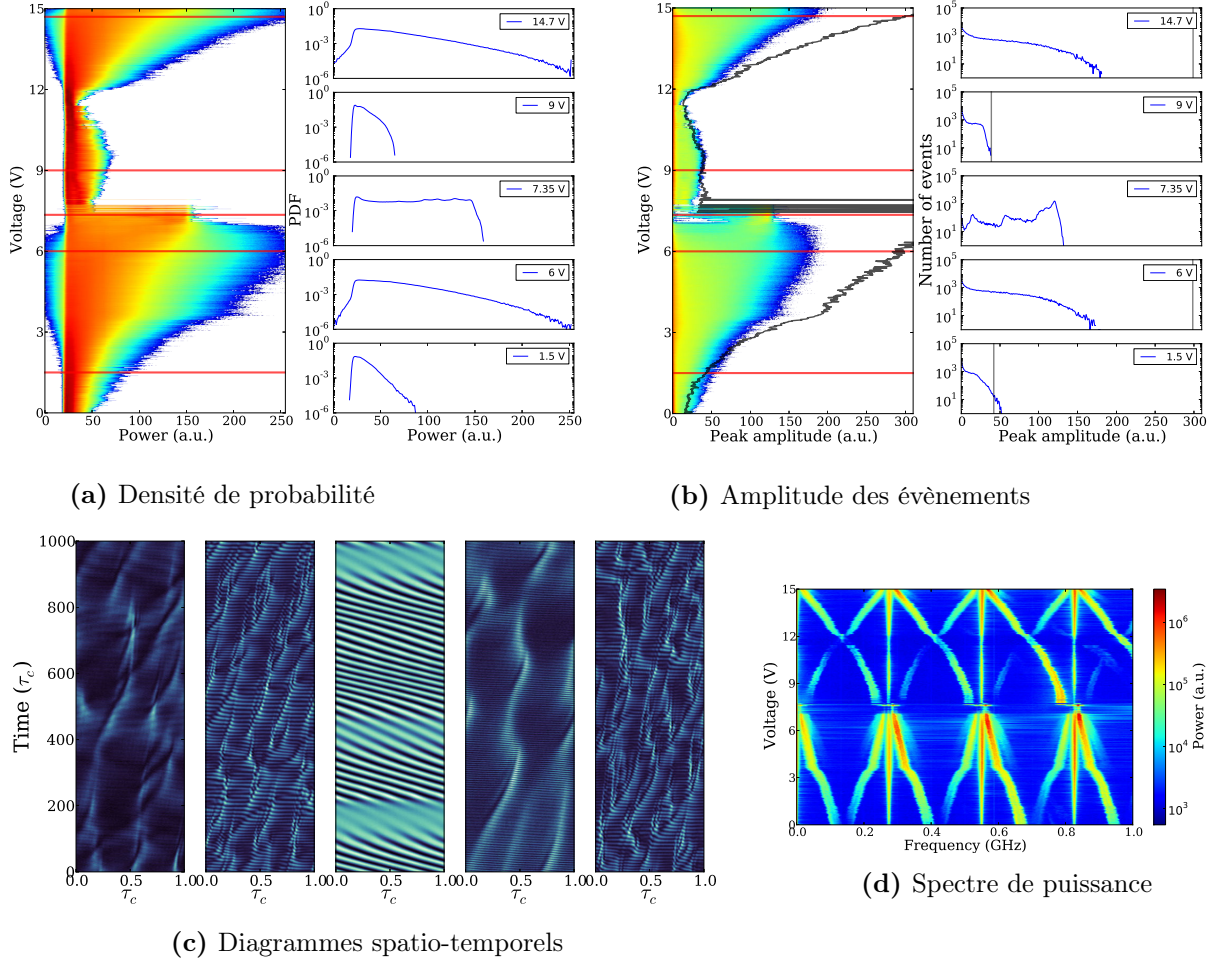


FIGURE 3.25 – Analyse statistique montrant l'évolution du système en fonction du désaccord Δ . La puissance d'injection est $P_{inj} = 300$ mW, et le désaccord est varié en appliquant une tension au piezo de 0 à 15 V par pas de 15 mV. Les traces temporelles acquises contiennent $2 \cdot 10^6$ points, soit $20 \mu s$, équivalent à $\simeq 5500$ tours de cavité. **(a)** Evolution de la fonction de densité de probabilité (gauche) et coupes réalisées à 1.5, 6, 7.35, 9 et 14.7 V (droite). **(b)** Distribution d'amplitudes des évènements mesurée entre les maxima et les minima antérieurs (gauche), et les coupes pour les mêmes valeur de tension (droite). La ligne grise superposée à la distribution représente le seuil d'évènements extrêmes donné par $\langle A \rangle + 8\sigma$, où sigma est la déviation standard. La valeur est reportée dans les coupes pour rendre compte de leur position. **(c)** diagrammes spatio-temporels correspondant, de gauche à droite, aux cinq valeurs de tension précédentes dans l'ordre croissant. L'échelle de couleur va du sombre au clair vers les intensités croissantes, maximisée pour chacun des diagrammes. **(d)** Spectre de puissance correspondant (voir figure 3.12 pour les détails).

de la distribution des hauteurs d'évènements 3.25b. Ces analyses sont effectuées sur les traces temporelles correspondant au spectre de puissance (3.25d) détaillé précédemment dans la figure 3.12. Le désaccord est varié indirectement en appliquant une tension au piezo de 0 à 15 V et nous savons d'après le spectre de puissance, qu'il varie d'environ 1.5 fois l'ISL. Bien que l'axe vertical dans les figures 3.25a, 3.25c et 3.25d ne représente pas une variation linéaire de Δ , nous savons que sa valeur diminue au cours de la mesure. Les cinq coupes sont réalisées à des valeurs de tension choisies sur la forme de la distribution, et correspondent à des régimes (montrés en 3.25c) qui n'ont pas forcément été présentés dans la zoologie de la section précédente (section 3.3.3, page 65). La figure 3.25 contient beaucoup d'informations, mais nous irons au travers des points importants dans cette discussion. Dans le but d'identifier les comportements du système, nous analyserons en parallèle l'évolution du spectre de puissance et celle des grandeurs statistiques présentées.

La densité de probabilité (PDF) nous indique les valeurs explorées par l'intensité au cours de la variation de Δ . En partant du bas, nous voyons que la distribution est très étroite (entre 20 et 50 points horizontalement) et va s'élargir considérablement jusqu'à atteindre une tension de 7 V. Les coupes réalisées à 1.5 et 6 V montrent l'accroissement des valeurs maximales explorées, correspondant à l'approche de la résonance. Dans le spectre, les battements entre les modes de la cavité et le forçage se rapprochent jusqu'à la transition (à 7 V), où les pics satellites disparaissent et les fréquences de battement s'écartent de l'axe vertical initial. Le laser en anneau se met à suivre partiellement le forçage en émettant toujours sur plusieurs modes. Dans ce régime la PDF présente un plateau, caractéristique d'un signal oscillant. Les trois premiers diagrammes spatio-temporels (en partant de la gauche) montrent une modulation très rapide avec des pulses courts dans le temps, puis la modulation est plus lente et devient de plus en plus verticale. En se rapprochant de la résonance, le terme de battement change, et la forme des pulses aussi. Nous comprenons bien que si le désaccord tend vers zéro, le motif créé devient plus vertical, *i.e.*; stationnaire dans le référentiel tournant.

Au delà de 7.5 V l'amplitude d'émission est à nouveau faible et varie peu jusqu'à une tension appliquée de 12 V. Le système se met alors à reproduire la même séquence qu'au début de la mesure avec un fort élargissement de la densité de probabilité. En effet la distribution obtenue à 14.7 V est identique à celle obtenue à 6 V. En parcourant l'équivalent d'un ISL, le système revient sensiblement au même état bien que le forçage ne soit plus autour du même mode de la cavité.

Le régime montré dans le diagramme spatio-temporel correspondant à 7.35 V (milieu) indique que le battement principal entre le forçage et les modes qui émettent, induit une modulation avec quatre périodes par tour de cavité. Cela signifie que le forçage est situé à une distance de quatre modes par rapport à celui qui émet le plus. La structure spectrale de notre système semble indiquer que la distance au mode le plus proche fixe la majeure partie du comportement du laser sous l'influence du forçage. La distance au mode principal fixe la période du battement qui peut donc varier d'une résonance à la suivante, mais le spectre montre que le couplage entre les fréquences distribue l'énergie sur un grand nombre de modes, permettant de re-

tomber sur des statistiques semblables.

L'analyse de la distribution de probabilité nous permet d'identifier les régimes dynamiques du laser en anneau lors des variations du désaccord Δ . Nous avons maintenant une vue d'ensemble sur la séquence principale qui se répète à chaque fois que le forçage se déplace d'une résonance à une autre. En variant continûment le désaccord, nous savons que l'évolution se répétera avec une période donnée par la distance entre les modes, *i.e.* l'ISL.

Nous n'avons pas encore discuté de l'amplitude des pics dont les distributions sont tracées en 3.25b. La présentation est identique à la figure 3.25a pour faciliter la comparaison, mais la grandeur analysée ici est la hauteur des pulses mesurée entre chaque maximum et son minimum antérieur. La méthode de détection des maxima et minima est très robuste et rapide car elle est basée sur les changements de signe de la dérivée de l'intensité. Le principal problème est de supprimer les faux extrema qui viennent de la digitalisation du signal dans l'oscilloscope. A l'échelle du bruit (1 point vertical) le signal est pourvu de fluctuations qui impliquent des changements de signe de la dérivée. Afin de s'affranchir de ces événements indésirables dans l'analyse statistique, nous filtrons la trace temporelle en la convoluant avec une gaussienne de largeur $\sigma = 2$ points. Le signal est très peu modifié mis à part que nous perdons un peu de hauteur sur les pulses. Pour éviter de filtrer, une autre méthode envisageable est de construire la distribution avec tous les extrema sans prêter attention à la première valeur de l'histogramme. Nous préférons filtrer le signal pour ne pas fausser la moyenne et la déviation standard.

En partant des tensions basses dans la figure 3.25b (gauche) nous voyons que la distribution s'élargit avec la même tendance que la PDF. A 7.35 V, le maximum de la distribution se trouve aux amplitudes les plus hautes (120) qui correspondent à l'amplitude de la modulation visible dans le diagramme spatio-temporel (au milieu). Remarquons que les bandes horizontales pour lesquelles le contraste de la modulation tend vers zéro sont la conséquence du couplage opto-thermique vue en section 3.3.3.2 (page 69) qui modifie légèrement le désaccord. La distribution indique d'autres maxima à plus faibles amplitudes, correspondant aux différents contrastes dans la modulation.

La ligne noire tracée au dessus de la distribution représente le seuil, défini par $< A > + 8\sigma$, au delà duquel les événements peuvent être considérés comme des événements extrêmes. La valeur de ce seuil est représenté par une ligne verticale dans les coupes (3.25b (droite)). La distribution franchit clairement le seuil pour les valeurs les plus basse de tension, indiquant que cette zone de paramètre est propice à la formation d'événements de grande amplitude, comparée au niveau moyen exploré par le système. Au fur et à mesure que la distribution s'élargit, le seuil s'éloigne jusqu'à une valeur d'environ 760 points à 7.35 V. Au delà de cette tension, le seuil reste légèrement supérieur à la queue de la distribution, puis s'éloigne à nouveau (comme au début de la mesure).

L'étude statistique a été réalisée à puissance d'injection fixe ($P_{inj} = 300$ mW) en variant le désaccord Δ . De cette façon nous avons cartographié les comportements

du système en fonction du déplacement de la fréquence d'injection vis à vis de la structure modale du laser en anneau. Ceci a permis de comprendre que les régimes sont équivalents lorsque l'injection passe d'une résonance à l'autre. Tant que le désaccord avec le mode le plus proche est identique nous observerons une dynamique semblable, comme le montrent les diagrammes 2 et 5 (respectivement à 6 et 14.7 V). En étendant cette analyse à des valeurs d'injection plus faibles, nous pourrions explorer les signatures des régimes de multi-stabilité spatiale (voir section 3.3.4, page 73). A défaut d'avoir exploré toutes les zones de paramètres du système, nous avons proposé une méthode de travail pour l'exploration des statistiques dans un système hors équilibre avec une extension spatiale longitudinale. La structure du spectre de puissance prouve la complexité apportée par la présence de nombreuses fréquences en compétition. Du point de vue pratique, l'acquisition d'une vue globale sur les régimes du système en les reliant avec les variations de paramètres, nous a permis de nous conforter dans l'interprétation des différents régimes étudiés plus en détail dans ce document.

3.4.2 Evènements extrêmes et dynamique de phase

Nous nous concentrons à présent sur un régime présentant des pulses dont l'amplitude sort de la distribution statistique normale, associés à une dynamique de phase non triviale. Après la présentation des observations, nous verrons qu'il est possible de prédire la formation de ces événements extrêmes en surveillant à la fois l'amplitude et la phase du champ électromagnétique.

3.4.2.1 Observations

La figure 3.26 montre le régime dans lequel nous observons la formation de pulses de forte intensité sur un état faiblement modulé. Dans le diagramme spatio-temporel (3.26a) nous distinguons un motif oscillant plutôt désordonné qui accueille en certains endroits la focalisation de ses maxima, donnant ainsi lieu à des pulses. L'apparition de ces pulses ne semble pas être périodique contrairement à ce que nous avons pu voir dans la figure 3.18b où un motif organisé se développe. La distribution des valeurs explorées par la phase est présentée dans l'histogramme de la figure 3.26b effectué sur $10\,000 \times \tau_c$. Le système passe la majeure partie du temps dans une zone bornée du plan complexe, et semble explorer plus rarement l'ensemble des valeurs de phase (dans $[0, 2\pi]$). Nous avons déjà vu un régime dont la phase est bornée en section 3.3.2.2, avec la différence notable que le cycle limite sur lequel la phase oscille ici n'est pas ouvert mais présente un maximum en son centre. La forme dessinée par la zone jaune dans l'histogramme est asymétrique, ce qui donne des informations sur la structure de l'espace des phases sous-jacente. Pour obtenir un tel régime, il faut placer le laser en anneau assez loin au dessus du seuil pour une faible puissance d'injection, puis augmenter la valeur du désaccord.

Avant de rentrer dans l'analyse détaillée de la forme de ces pulses et de leur dynamique de phase, nous effectuons une analyse statistique pour extraire un comportement général. Dans la figure 3.27 sont tracées la densité de probabilité de l'inten-

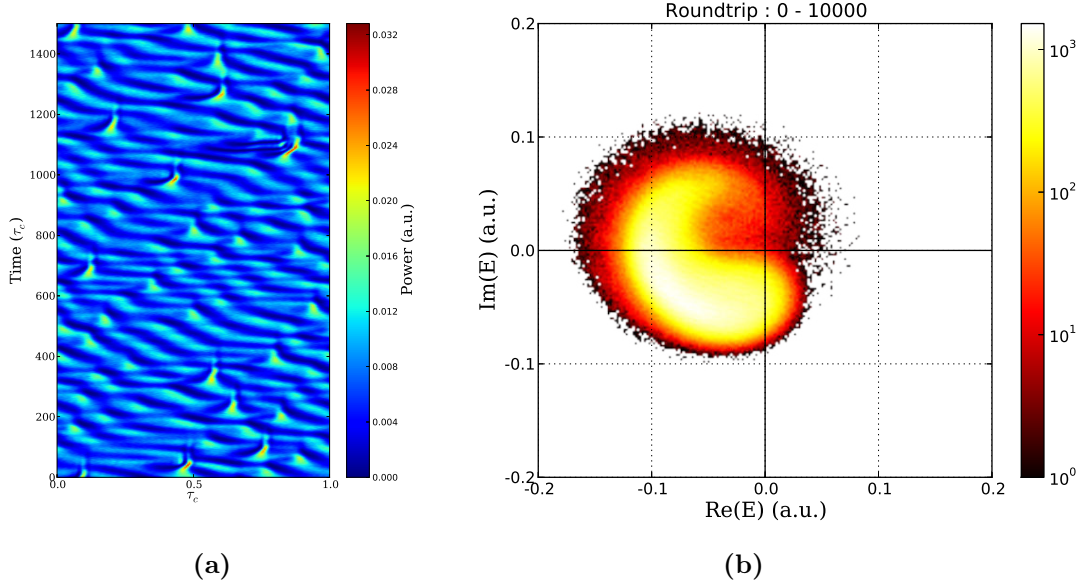


FIGURE 3.26 – **a)** Diagramme spatio-temporel présentant les événements extrêmes qui se forment sur l'état faiblement modulé, tracé sur $1500 \times \tau_c$. **b)** Histogramme effectué sur les valeurs de la phase durant $10\,000 \times \tau_c$ indiquant un temps d'occupation important dans une petite zone du plan complexe (en blanc et jaune).

sité (en haut) et la distribution de hauteurs de pulses (en bas). Les distributions sont construites directement sur les traces temporelles. La distribution de probabilité présente une forme non triviale mais nous pouvons cependant extraire deux comportements principaux. Une première décroissance exponentielle indique que les amplitudes plus hautes ont une probabilité plus faible. Après 0.018, la courbe suit une exponentielle donnant une droite de pente plus faible (en échelle logarithmique). L'élargissement de la distribution montre que des événements de haute amplitude ont une probabilité plus grande que si la distribution suivait la première exponentielle. Le changement de comportement qui s'opère dans la distribution correspond justement à la hauteur de pulses qui se forment. Nous pouvons à présent analyser la statistique de hauteurs des pulses. Pour effectuer ceci nous repérons les maxima et minima de la trace temporelle et retenons la différence de hauteur entre un maximum et le minimum antérieur. L'histogramme présenté dans la figure 3.27 (bas) montre que cette grandeur suit la loi normale, *i.e.* une décroissance gaussienne, jusqu'à 0.016 puis sort complètement de la distribution au delà de cette valeur. L'élargissement de la distribution de hauteur des pulses nous informe à nouveau que deux comportements différents existent dans ce régime.

Le fait de construire la statistique sur la trace temporelle comme nous le faisons ici ne prend pas en compte correctement l'extension spatiale du laser en anneau. En traitant les traces temporelles, nous suivons les maxima et minima en fonction du temps, sans faire attention à la périodicité naturelle du système, définie par τ_c . En pratique, le traitement spatio-temporel (2D) est contraint par la résolution et

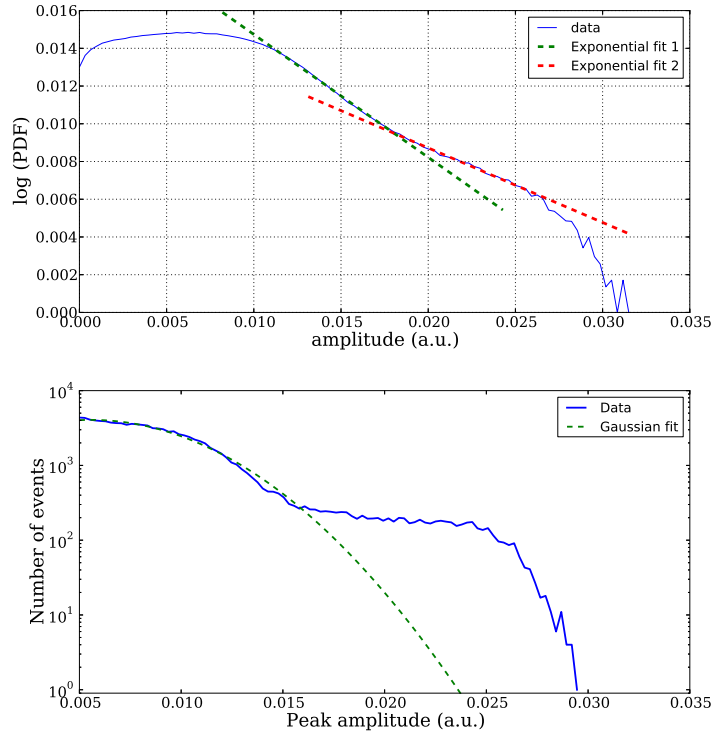


FIGURE 3.27 – Distributions statistiques effectuées sur $27\,000 \times \tau_c$ (soit 5×10^6 points), tracées en échelle semi-logarithmique. **En haut** : fonction de densité de probabilité, deux ajustements linéaires ont été effectués sur les deux parties linéaires de la distribution indiquant un élargissement aux grandes amplitudes. **En bas** : distribution de hauteurs de pulses (différence de hauteur entre un maximum et le minimum antérieur), un ajustement gaussien effectué jusqu’à la valeur 0.015 montre que le début de la distribution suit très bien la loi normale.

le bruit de mesure, car si nous suivons l’évolution d’un point de l’espace (le long d’une ligne verticale dans le diagramme spatio-temporel) nous repérons des extrema locaux supplémentaires. En filtrant les données pour lisser le signal, nous pouvons arriver à ne détecter que des vrais extrema spatio-temporels, mais le signal est alors très différent du signal initial. L’analyse faite sur les traces temporelles a pour conséquence de compter plus de maxima/minima à chaque tour de cavité, qui ne sont pas des extrema spatio-temporels, mais dénombre en fait plus de petites oscillations que de pulses de forte amplitude. Il n’est pas facile de comparer directement les distributions obtenues ici avec des distributions statistiques théoriques, mais l’élargissement des distributions aux fortes amplitudes n’est donc pas un simple artefact dû au traitement des données.

Nous savons à présent que les pulses observés dans le diagramme 3.26a constituent des évènements extrêmes, car ils possèdent une fréquence d’apparition plus grande que si la statistique est gaussienne. Nous allons maintenant regarder plus en détail comment se forment ces pulses et observer leur dynamique de phase.

Dans la figure 3.28, nous focalisons sur un évènement en particulier afin de décrire

son évolution. Nous voyons très bien dans le diagramme spatio-temporel que le pulse se forme à partir d'un maximum du motif oscillant. Sa largeur diminue au fur et à mesure que l'amplitude croît, et une fois le maximum passé, son amplitude diminue alors que sa largeur est conservée. Le temps de vie de ces événements est de l'ordre de $50\tau_c$. Les coupes horizontales montrent l'état du système en quatre temps différents et rendent compte de la hauteur relative entre l'impulsion et l'oscillation en arrière plan. Notons que le zéro de l'axe vertical est ici le vrai zéro, dans le sens où il correspond à une puissance optique nulle arrivant sur la photo-diode. En prêtant attention aux trajectoires de la phase, présentées dans la colonne de droite de la figure 3.28, nous voyons que l'état oscillant est bien associé à un régime où la phase est bornée, mais sa trajectoire n'est pas stable d'une oscillation à l'autre. Lorsque le pulse se forme, le système tombe à zéro en un point de l'espace, offrant ainsi à la phase une rotation autour de l'origine dans le sens anti-horaire. Il semble que le système soit propulsé par la présence d'une variété instable, lui imposant d'effectuer une excursion de phase de 2π . Après avoir contourné l'origine, le système suit une trajectoire vers les fortes amplitudes (correspondant au pulse) puis rejoint l'état où la phase est bornée. Le sens de rotation de la phase étant toujours le même dans ces événements extrêmes, nous pensons que la brisure de symétrie $z/ - z$ (discutée en 3.3.4.2 et dans le chapitre 4, sous-section 4.3.2, page 104) présente dans le système, lui impose ce sens de rotation.

Nous interprétons ces observations comme le résultat de l'instabilité de phase [Gil 2014] présente pour des régimes faiblement forcés. Plus précisément, le motif oscillant est imposé par le couplage avec le forçage et correspond à une trajectoire bornée de la phase sur un cycle limite, et l'instabilité de phase perturbe sa trajectoire en déplaçant l'attracteur de façon désordonnée. Lorsque le système est poussé suffisamment loin, il semble évoluer de façon déterministe vers la formation d'un événement extrême associé à une rotation de la phase. La caractéristique de ces objets, d'acquérir un tour de phase lors de leur formation, est exclusivement due à la nature oscillatoire du système que nous étudions. Nous rappelons que notre système est constitué d'un oscillateur étendu spatialement et forcé de façon cohérente. Si le laser en anneau est placé sous son seuil d'émission, la solution oscillante n'existe plus et la dynamique de phase responsable de l'apparition de ces événements extrêmes n'est plus observée.

3.4.2.2 Prédiction d'événements extrêmes à deux observables

La prédiction d'événements extrêmes a suscité beaucoup d'intérêt dans l'étude des systèmes dynamiques, dans le but de trouver des méthodes génériques pouvant être appliquées aux systèmes à risques réels auxquels nous pouvons être confrontés dans la nature : séismes, Tsunamis, accroissement d'une population dans un écosystème, etc... La nature oscillatoire de notre système en fait un modèle pour l'observation et la compréhension d'événements extrêmes. Maintenant que nous savons que la dynamique d'amplitude est associée à une dynamique de phase caractéristique, nous allons chercher l'existence de précurseurs à la formation de ces événements.

La figure 3.29 montre une trace temporelle ainsi que sa dérivée, centrées sur le maxi-

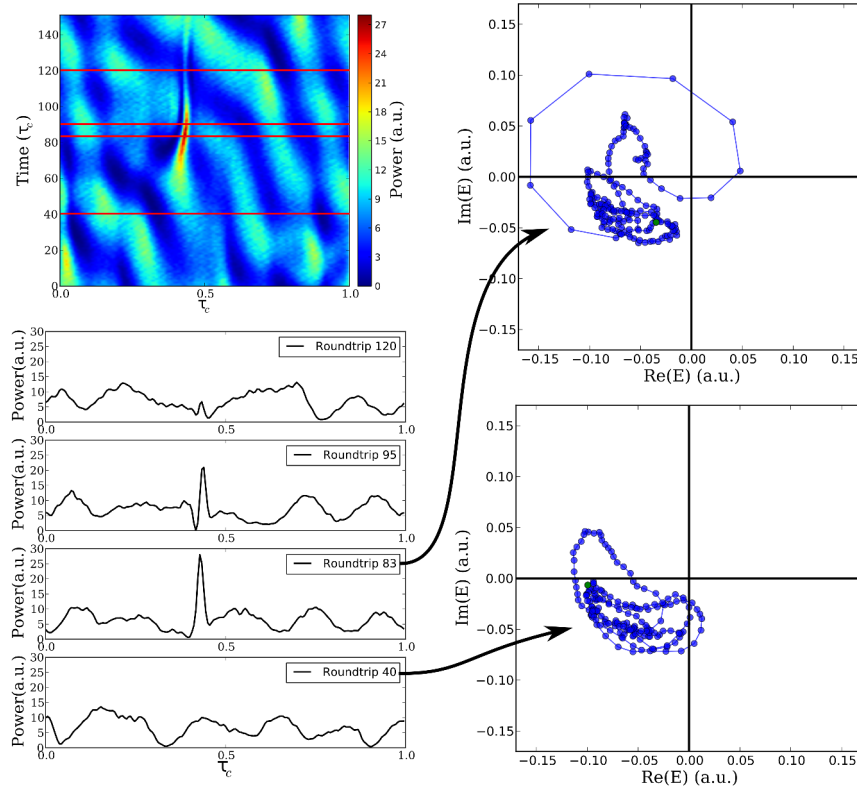


FIGURE 3.28 – Zoom sur un évènement extrême : dynamique d'intensité et de phase. Colonne de gauche : diagramme spatio-temporel montrant $150 \times \tau_c$ autour de l'évènement (haut) et une sélection de coupes horizontales (bas) montrant la distribution spatiale d'intensité aux temps $t_1 = 40$, $t_2 = 83$, $t_3 = 95$ et $t_4 = 120$ représentés par les lignes rouges dans le diagramme spatio-temporel. Colonne de droite : trajectoires de la phase dans le plan complexe du champ électrique avant ($t = t_1$) et pendant l'évènement ($t = t_2$) montrant qu'il acquiert un tour de phase de 2π au cours de son évolution.

mum de l'évènement (en intensité) présenté en figure 3.28. Nous avons vu que la formation de ces évènements passe par une phase de focalisation, qui signifie que la largeur du pulse diminue. En regardant la dérivée du signal, nous pouvons suivre cette étape de focalisation qui se caractérise par une croissance forte. La distribution des valeurs de la dérivée calculée sur les $27000 \times \tau_c$ (soit 5×10^6 points) indique que la dérivée est très souvent autour de zéro. En se déplaçant vers le haut (valeurs positives) deux décroissances différentes se distinguent dans la distribution, marquant une valeur caractéristique (ici, 0.0035), à partir de laquelle nous savons qu'un pulse est en train de focaliser. Au delà de cette valeur le système est forcément en train d'évoluer vers la formation d'un évènement extrême et nous pouvons alors la définir comme une valeur seuil. Les points bleus superposés à la trace de la dérivée montrent les points où elle passe au dessus de ce seuil. La forme du signal dans ce régime fait de sa dérivée une observable exemplaire pour prédire la formation d'évènements extrêmes.

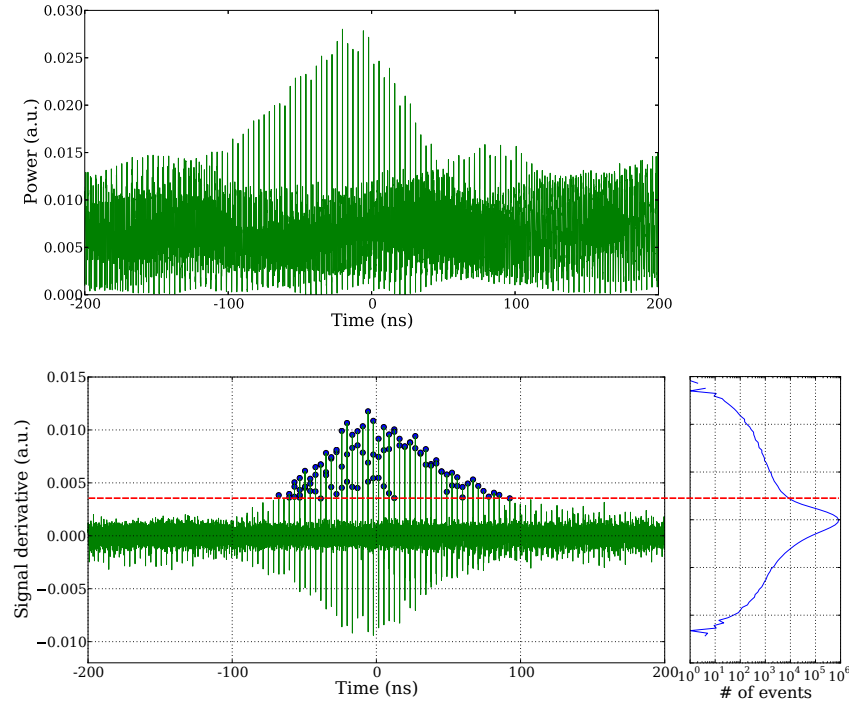


FIGURE 3.29 — **Haut** : Trace temporelle longue de 400 ns, centrée sur le maximum de l'évènement présenté en figure 3.28. **Bas** : dérivée de la trace temporelle sur la même fenêtre de 400 ns. Sur la droite, la distribution des valeurs de la dérivée est tracée. La ligne en pointillés rouge est placée à la valeur (0.0035) où la distribution change de pente, et correspond à la valeur seuil utilisée pour prédire l'arrivée d'un évènement extrême. Les points bleus représentent toutes les valeurs de la dérivée au dessus de ce seuil.

Maintenant que nous avons la possibilité de prédire l'arrivée d'évènements extrêmes en surveillant la dynamique d'intensité, nous pouvons analyser ce qu'il se passe pour la phase. La trace temporelle de la phase, correspondant à l'évènement précédemment étudiée, est présentée dans la figure 3.30. La rotation de phase impliquée lors des grandes excursions équivaut dans cette représentation à des sauts de phase de 2π se répétant à chaque tour de cavité. Ici, la phase se met à tourner environ 20 ns avant que le maximum soit atteint, soit plus de 5 tours de cavité en amont. Les sauts étant clairement identifiables, il suffit simplement de repérer le premier saut de phase pour affirmer que le système s'approche du maximum de l'évènement.

En complément du déclenchement sur la dérivée de l'intensité, l'utilisation de la mesure de phase nous offre un deuxième indicateur pour la prédiction d'évènements extrêmes. Le scénario imaginable sur une détection en temps réel devient : la dérivée nous alerte sur le commencement de l'évènement, puis lorsque la phase se met à sauter de 2π , nous savons que le maximum est très proche (et donc la fin de l'évènement). Un avantage non négligeable à observer la phase est que nous pouvons compter le nombre d'évènements présents dans l'espace au même moment.

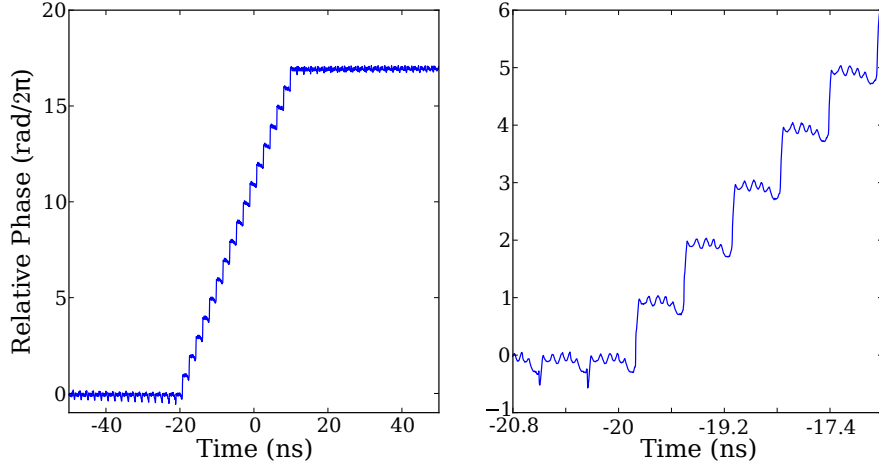


FIGURE 3.30 – Evolution de la différence de phase entre le forçage et le laser en anneau. **Gauche** : trace temporelle centrée sur le maximum de l'évènement montré en 3.28 et 3.29 sur une fenêtre de 100 ns. **Droite** : zoom sur la partie où la phase commence à sauter par pas de 2π .

En effet, au lieu de sauter de 2π , nous compterons des sauts de $(n \times 2\pi)$ pour n pulses.

L'étude menée jusqu'ici a montré que nous sommes capables d'identifier des évènements extrêmes en observant leur dynamique d'amplitude et de phase. Nous savons maintenant que ces évènements peuvent être prédits sur la base d'une surveillance à deux observables, une méthode innovante et propre aux systèmes oscillants. De plus, nous pensons qu'il est possible d'empêcher un évènement extrême d'arriver en effectuant une variation de paramètre rapide, déclenchée en cas d'alerte. Des observations, non présentées dans ce manuscrit, montrent que la quantité d'évènements extrêmes peut varier. Nous n'avons pas un contrôle suffisant sur les paramètres pour effectuer une étude approfondie de l'évolution de la probabilité d'existence d'évènements extrêmes. Cependant, nous avons observé des régimes où l'état oscillant est semblablement équivalent, mais pour lesquels nous ne constatons pas d'évènement extrême. Une étude numérique permettrait d'identifier plus aisément quels sont les mécanismes qui influent sur la présence de ces évènements, et pourrait offrir une description de l'espace des phases.

3.5 Conclusion

Le laser en anneau que nous avons réalisé comporte un grand nombre de régimes dynamiques différents. En prenant le contrôle des paramètres principaux (désaccord en fréquence, puissance du forçage, pompage), nous avons montré que nous sommes capables de passer d'un état parfaitement synchronisé à des régimes où une dynamique spatio-temporelle complexe se développe. Le désaccord en fréquence entre le forçage et le laser en anneau est le paramètre principal, et nous offre la possibilité de

voir l'état synchronisé se déstabiliser pour former des structures spatio-temporelles. En sondant la structure de résonance à l'aide du forçage, nous avons montré une asymétrie autour de chaque résonance. Ceci correspond au fait que si l'on s'en approche par un côté ou par l'autre, nous n'observons pas les mêmes comportements. En diminuant Δ à partir de la résonance (état accroché), la transition est abrupte et fait intervenir une instabilité en onde plane, pour laquelle nous observons tout l'espace évoluer en même temps. De l'autre côté de la résonance, la présence d'une instabilité modulationnelle impose à l'état uniforme de se déstabiliser en formant un motif oscillant qui peut éventuellement donner lieu à des impulsions dans le cas où le désaccord augmente encore. Lorsque le système est placé sur le bord abrupt de la zone d'accrochage au forçage (Δ décroissant), l'intensité peut effectuer des sauts entre deux états avec une certaine régularité. Nous avons attribué ce comportement à une dynamique slow/fast due au couplage entre la variable optique (rapide) et la variable thermique (lente).

Pour résumer l'influence du forçage sur la dynamique du système, nous avons vu que le désaccord permet de se déplacer autour des résonances successives en passant par des régimes synchronisés au forçage et des régimes multi-modes complexes divers. La variation de la puissance d'injection, elle, change le rapport d'énergie apporté par le pompage (incohérent) et le forçage externe (cohérent). Nous avons compris que plus le forçage externe est important, plus le laser en anneau est esclave du forçage, et les motifs créés sont très rigides. Si la puissance d'injection est très faible, le laser en anneau présente des motifs qui peuvent se déformer sous l'influence de l'instabilité de phase. De cette manière, nous avons reporté l'existence de régimes oscillants pour lesquels la phase est bornée, suivant la trajectoire imposée par un cycle limite. Pour une faible puissance d'injection dans ce régime oscillant, l'instabilité de phase peut alors mener à la formation d'événements extrêmes, qui acquièrent une rotation de phase de 2π au cours de leur croissance.

Un des régimes les plus intéressants reporté dans ce chapitre est celui pour lequel l'état accroché (synchronisé) coexiste avec un état turbulent (très désordonné). Cette multi-stabilité provient du fait que le système est spatialement étendu et que plusieurs états se partagent l'espace. Nous avons observé la propagation de fronts qui souffrent d'une asymétrie causée par la non-réversibilité de l'espace. En effet, la brisure de symétrie par renversement dans l'espace, affecte non seulement la vitesse de propagation de ces fronts, mais aussi leur forme. Ainsi les trajectoires connectant les deux états (accroché/turbulent) ne sont pas identiques.

Nous avons aussi réalisé une étude statistique dans le but d'obtenir une vision globale sur les différents régimes. En suivant l'évolution du système en fonction des variations du désaccord, nous avons montré que la structuration qui apparaît autour d'une résonance se reproduit périodiquement en passant d'une résonance à une autre. En prêtant attention à la distribution d'amplitude des impulsions, nous avons identifié des zones de paramètres où le système émet des impulsions de très forte amplitude, caractéristiques des événements extrêmes. Bien qu'elle ne soit pas exhaustive, cette étude statistique constitue la première analyse sur des données en temps réel dans un système oscillant forcé. Nous avons ainsi présenté une manière

de procéder pour l'étude d'un système modèle, hors équilibre et de haute dimension, dont les temps caractéristiques sont très favorables à la construction de statistiques significatives.

Solitons de phase dissipatifs

Contents

4.1 Motivations et observations expérimentales	91
4.2 Des structures localisées chirales	93
4.2.1 Caractéristiques des solitons mono-charge	94
4.2.2 Solitons à charge multiple	96
4.2.3 Origine des solitons observés	98
4.3 Modèles numériques	100
4.3.1 Equations de Maxwell-Bloch pour lasers à semi-conducteurs .	100
4.3.1.1 Description du modèle	100
4.3.1.2 Solitons chiraux et synchronisation	102
4.3.2 Equation de Ginzburg-Landau complexe forcée	104
4.3.2.1 Réduction du modèle complet	104
4.3.2.2 Solitons chiraux	105
4.3.2.3 Vitesse de propagation	108
4.3.2.4 Interaction entre solitons de charge différente	109
4.3.2.5 Structures localisées accrochées au forçage	112
4.4 Interactions et dynamique de solitons de phase	115
4.4.1 Collisions entre structures cohérentes et incohérentes	116
4.4.2 Interactions entre solitons	117
4.4.3 Génération spontanée de solitons	122
4.5 Conclusion	124

4.1 Motivations et observations expérimentales

Le système dynamique que nous avons étudié dans le chapitre 3 constitue un système de haute dimension, à la base de la complexité de ses comportements. Nous avons vu qu'il est possible d'obtenir des états où le laser en anneau est parfaitement synchronisé au forçage, ou au contraire émet de façon très désordonnée sous l'influence de ce même forçage. Maintenant que nous connaissons les principales caractéristiques de ces situations extrêmes, nous allons nous intéresser au cas intermédiaire où la synchronisation n'est pas complète et le système présente des sauts de phase localisés. En plus de la coexistence d'un état turbulent avec l'état accroché, il est possible d'observer des structures dont la forme ne change pas aux temps longs, et dont la taille est bien inférieure à la dimension du système.

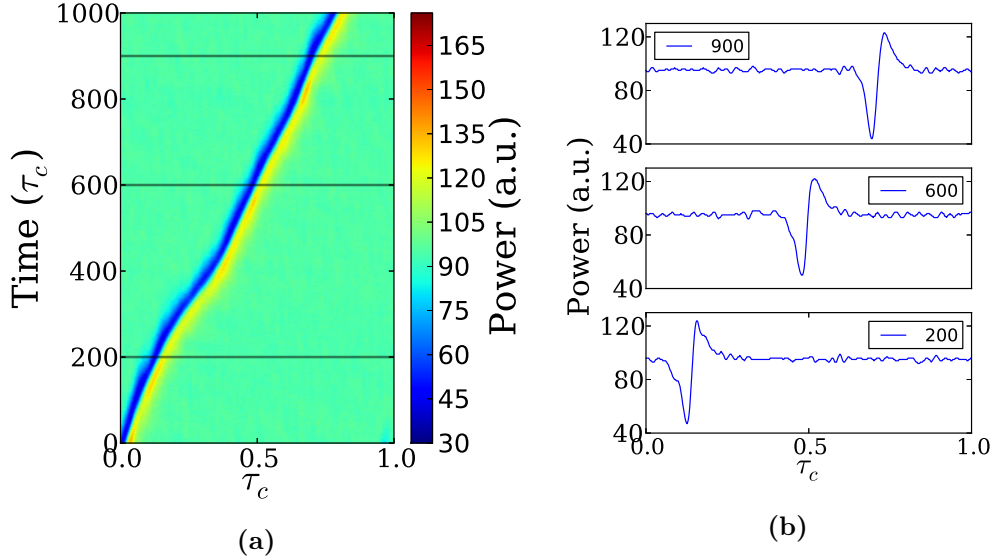


FIGURE 4.1 – Propagation d’un soliton de phase dissipatif : **a)** diagramme spatio-temporel montrant $1000 \times \tau_c$ et **b)** coupes réalisées aux tours de cavité 200, 600 et 900, dont les positions sont illustrées par les lignes horizontales dans le diagramme.

La figure 4.1 présente la première observation d’une de ces structures visible ici dans l’intensité du champ électromagnétique. Elles sont constituées par une rotation de 2π dans la phase du champ, connectant l’état accroché avec lui même. Ces structures étant localisées en phase, nous les nommons solitons de phase dissipatifs. Dans le diagramme spatio-temporel (4.1a), nous distinguons un soliton noyé dans l’état accroché et se propageant dans l’espace vers la droite. Les coupes horizontales effectuées au niveau des trois lignes (en 200, 600 et 900) et tracées en 4.1b montrent qualitativement que sa taille et sa forme sont conservées.

Afin d’observer ces structures, nous devons assurer une puissance d’injection faible et déplacer Δ vers les valeurs négatives. En pratique, nous partons de l’état accroché et tout en réduisant la puissance d’injection, nous veillons à rester sur le bord de la zone d’accrochage en ajustant Δ avec le piezo. Nous avons vu que la variable thermique impose au système de sauter entre deux états (accroché/déaccroché, voir chapitre 3, section 3.3.3.2 page 69), mais une fois que l’injection est suffisamment faible, il devient possible d’observer ces solitons de phase.

Des structures localisées constituées par un saut de phase ont été prédites dans des oscillateurs étendus sous l’influence d’un forçage périodique et interprété comme le résultat d’une transition commensuré/incommensuré dans un système hors équilibre [Coullet 1986]. Ces structures localisées proviennent donc du désaccord entre la périodicité naturelle du système et celle imposée par le forçage. Dans des travaux ultérieurs, ces structures localisées ont été analysées dans l’équation de Ginzburg-Landau complexe forcée [Chate 1999] dans le cas d’un espace à une dimension (et symétrique). Dans [Coullet 1998], les auteurs décrivent ces structures comme des ondes excitables qui existent et se propagent dans le plan

transverse à la propagation (2D) d'un laser forcé. Parallèlement, l'équivalent de cette onde excitable a été prédite le long de la propagation dans un laser multimode [Longhi 1998]. En partant d'un modèle complet, l'auteur démontre qu'il est possible de le réduire à une équation pour le champ de type Ginzburg-Landau complexe forcée, et dans le régime où le laser est loin du seuil, de le réduire à nouveau pour obtenir une équation pour la phase du champ, prenant alors la forme d'une équation de Sine-Gordon sur-amortie. Ces résultats montrent que les solitons de l'équation de Sine-Gordon (ou Frenkel-Kontorova, dans le cas discret) sont à l'origine des structures localisées que nous retrouvons dans les oscillateurs étendus forcés. Bien que certaines particularités différencient ces solutions localisées selon la nature de l'espace dans lequel elles existent (comme leur forme, leur vitesse, le sens de rotation de la phase du champ), elles possèdent la même origine.

Les propriétés ainsi que les origines de ces solitons de phase sont étudiées dans la suite de ce chapitre. Dans un premier temps nous verrons les observations expérimentales montrant que ces solitons sont intrinsèquement des objets de phase. Dans un deuxième temps seront présentés les deux modèles différents satisfaisant les spécificités de l'expérience, qui confirment et enrichissent les observations expérimentales. Le premier est un modèle de laser de classe C, prenant en compte l'évolution du champ électrique, des porteurs de charge, et de la polarisation du milieu. Nous verrons qu'il est possible de réduire ce modèle à une équation unique décrivant la dynamique du champ prenant la forme d'une équation de Ginzburg-Landau complexe forcée prouvant alors la généralité des résultats obtenus. Nous étudierons enfin les interactions intervenant lorsque plusieurs solitons existent dans le système dévoilant un comportement particulier.

4.2 Des structures localisées chirales

Dans cette section nous étudions les principales caractéristiques des solitons de phase observés. Nous témoignons non seulement de l'existence de structures localisées dans la phase du champ électrique, mais aussi de leur chiralité du fait que les tours de phases qui les constituent ont un sens de rotation. Les solitons de phase peuvent contenir un nombre de charges arbitraire et nous montrons comment la dynamique d'amplitude (la forme des solitons) est impactée par les différents comportements de la phase.

Sachant que la variable thermique modifie intrinsèquement les valeurs des paramètres (notamment le désaccord Δ , voir chapitre 3, section 3.3.3.2, page 69), nous ne sommes pas capables de connaître avec précision les paramètres lors d'une mesure. En revanche, la détection en temps réel nous permet de voir très clairement les comportements du système face aux variations des paramètres. Contrairement à une mesure stroboscopique, si les paramètres changent, nous verrons l'ensemble du système qui réagit, et non seulement l'objet sur lequel la mesure est déclenchée. De cette manière, nous avons identifié comment les solitons sont créés dans notre système, et nous verrons à la fin de cette partie que la charge chirale qu'ils trans-

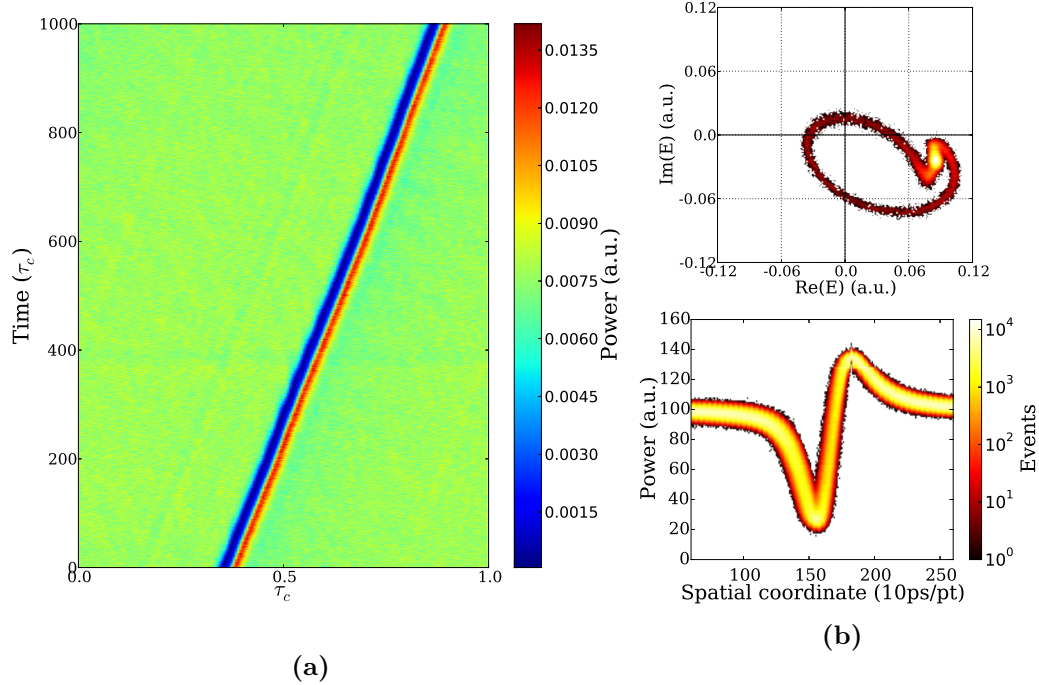


FIGURE 4.2 – Présentation des caractéristiques d’un soliton de phase associé à une charge chirale +1. **a)** Diagramme spatio-temporel indiquant une propagation rectiligne sur $1000 \times \tau_c$. **b)** Histogramme des trajectoires de la phase parcourues durant $1000 \times \tau_c$ (haut) et histogramme réalisé en superposant la forme du soliton sur $40\,000 \times \tau_c$ repéré par son maximum (bas). l’échelle de couleur code du foncé au clair en allant vers les valeurs hautes.

portent provient des rotations de phase piégées lors de la synchronisation du laser au forçage.

4.2.1 Caractéristiques des solitons mono-charge

Pour comprendre comment se forment les solitons de phase dissipatifs, nous procédons ici à une analyse détaillée de la dynamique de phase et d’amplitude qui leur est associée. Nous nous intéressons dans un premier temps à la forme la plus simple des solitons observés, lorsqu’ils sont constitués d’un seul tour de phase.

La figure 4.2a montre l’évolution spatio-temporelle d’un soliton sur 1000 tours de cavité. Cette figure est très semblable à celle vue précédemment (4.1a) à la différence que la trajectoire suivie par le soliton est plus droite et sa forme semble figée, indiquant simplement que les paramètres ne sont pas forcément identiques. En traçant l’évolution de la phase sur le même temps de propagation, comme présenté en 4.2b (haut), nous voyons que la phase suit une trajectoire unique. Dans le cadran en bas à droite du plan complexe le point fixe est imagé par la partie claire de la distribution, *i.e.* où le système passe le plus de temps. En partant de ce point fixe, le système parcourt la trajectoire passant autour de l’origine dans le sens anti-horaire. A chaque tour de cavité, l’excursion de la phase autour de l’origine se

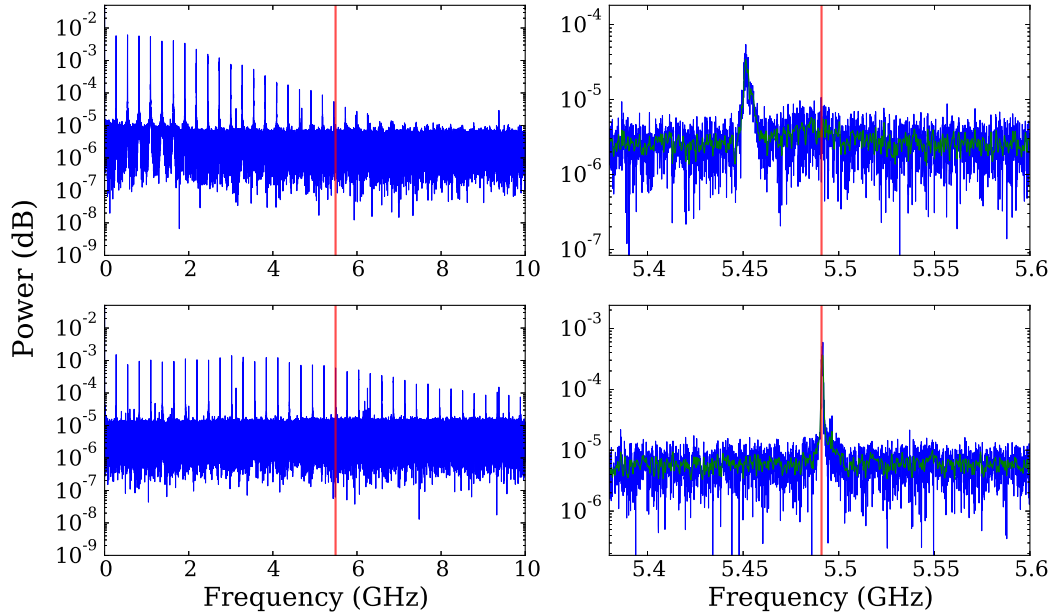


FIGURE 4.3 – Spectres de puissance des deux solitons de phase présentés en 4.2a et 4.2b (bas) respectivement de bas en haut. Les spectres sont calculés à partir des traces temporelles avec une résolution de 100 KHz, et représentés sur 10 GHz (gauche) et autour du 20^{ème} pic (droite). La ligne rouge verticale est positionnée à la fréquence $20 \times \nu_c = 5.490$ GHz dans chaque spectre pour comparer les positions relatives des pics.

produit, incrémentant ainsi sa valeur de $+2\pi$ à chaque pas. Toutes les observations expérimentales montrent que la phase tourne dans ce sens, indiquant que la symétrie entre les rotations positives et négatives est brisée dans notre système. Nous discuterons ultérieurement du fait qu'une des directions de rotation n'est pas stable, à l'aide des modèles étudiés en section 4.3. L'histogramme présenté dans la figure 4.2b (bas) montre la superposition de la forme d'un soliton sur 40 000 tours de cavité, un temps quatre ordres de grandeur au dessus de la variable la plus lente du système (τ_p). Nous voyons clairement que la forme n'évolue pas, prouvant ainsi l'extrême stabilité des solitons de phase. Ils constituent ainsi des états localisés dans la phase du champ électrique (le long de la propagation) et l'existence d'une direction dans la rotation en fait des structures localisées chirales. Comme la phase saute de 2π de façon croissante, la charge chirale associée à n tours de phase vaudra $+n$. Le soliton présenté ici possède alors une charge $+1$, et de façon générale les solitons observés expérimentalement possèdent une charge positive.

La dynamique du système dépend à priori des porteurs de charges et de la polarisation du milieu, et non seulement du champ électrique. Cependant, la dynamique se projette très nettement dans un espace à deux dimensions, comme nous le voyons pour les trajectoires de la phase dans le plan complexe.

Les figures 4.2a et 4.2b (haut) représentent le même soliton alors que la figure 4.2b (bas) correspond à une autre réalisation, *i.e.* un autre soliton. Le premier soliton a une largeur totale d'environ 200 ps, beaucoup plus petite que celle du deuxième

soliton qui mesure environ 1 ns. Afin de comprendre pourquoi les solitons de phase peuvent avoir des tailles différentes, nous devons analyser ce qui fixe la taille de ces objets. Nous savons que les solitons existent lorsque le forçage est légèrement désaccordé de la fréquence naturelle du laser en anneau. Comme ils sont stables sur une petite plage de désaccord (qui est le paramètre de contrôle du système), nous pouvons penser que ce dernier a une influence sur leur taille. Nous ne contrôlons pas parfaitement le désaccord (à l'échelle du domaine de stabilité), c'est pourquoi nous allons analyser les deux mesures montrant les solitons différents, dont les tailles varient d'un facteur cinq. La figure 4.3 montre les spectres de puissance correspondants au soliton large (en haut) et au soliton étroit (en bas) sur une bande de 10 GHz (colonne de gauche) et autour du 20^{ème} pic (colonne de droite). Nous voyons très clairement que le spectre du haut présente des pics régulièrement espacés jusqu'à 6 GHz environ, alors que le spectre du bas couvre toute la bande passante de la détection, et semble s'étendre au delà. Ceci n'est pas étonnant car pour obtenir un objet plus court (en temps), il faut un spectre plus large. Contrairement à ce que nous pouvons penser, les pics sont placés à des fréquences inférieures aux multiples de ν_c , ce qui est relié à la vitesse des solitons dans la cavité (discutée dans la section 4.3.2.3, page 108). Plus ils se déplacent vers la droite, plus ils sont lents et ont un taux de répétition faible par rapport ν_c . Ainsi, le premier pic du spectre du haut est placé à une fréquence de 272.25 MHz, soit 2.25 MHz en dessous de ν_c et le zoom autour du 20^{ème} pic nous indique une fréquence de 5.445 GHz, correspondant à $20 * (\nu_c - 2.25) = 5.490 - 45$ MHz. Nous pouvons distinguer un petit pic placé exactement à $20 * \nu_c$, au niveau de la ligne rouge verticale, laissant penser qu'une toute petite partie de l'énergie est distribuée dans les fréquences naturelles de la cavité. En revanche, dans le zoom visible en bas à droite de la figure, le pic semble centré sur la ligne verticale (à 5.490 GHz). En partant des basses fréquence, la distance entre les pics et les harmoniques de ν_c croît linéairement avec le numéro du pic. La largeur du spectre, et donc la taille du soliton, est limitée par la distance maximale à laquelle il n'y a plus de couplage possible avec une fréquence de la cavité. Dans l'exemple du soliton le plus large (spectre du haut), la coupure s'opère autour du 20^{ème} pic (deux ordres de grandeurs en dessous du maximum) pour lequel la distance est environ 45 MHz. Si le désaccord est plus faible, il faut monter plus haut en fréquence pour observer cette coupure et le soliton sera plus court. La taille minimale observable sera en revanche imposée par le temps de relaxation des porteurs de charges (minimum 100 ps).

4.2.2 Solitons à charge multiple

Les solitons de phase peuvent, de façon générale, posséder des charges chirales supérieures à un. La figure 4.4 présente le cas d'un soliton dont la charge vaut +2, et nous verrons ensuite des exemples d'observations avec des charges allant jusqu'à +11.

En regardant la forme d'un soliton de charge +2, nous voyons directement qu'il n'est pas simplement constitué de deux solitons de charge +1, placés l'un à côté de l'autre. La forme dans l'intensité est ici constituée de deux creux et d'une bosse alors

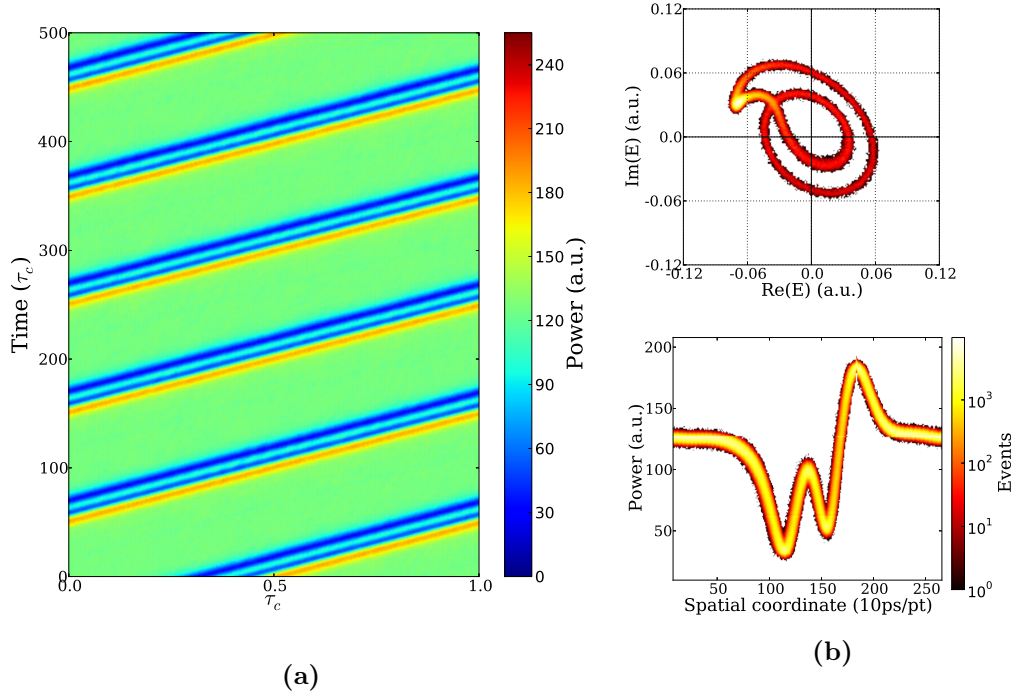


FIGURE 4.4 – Présentation des caractéristiques d’un soliton de phase de charge +2. **a)** Diagramme spatio-temporel indiquant une propagation rectiligne sur $500 \times \tau_c$. **b)** histogramme des trajectoires de la phase parcourues durant $1000 \times \tau_c$ (haut) et histogramme réalisé en superposant la forme du soliton sur $20\,000 \times \tau_c$ (bas).

qu’un soliton de charge +1 est constitué d’un creux et d’une bosse. Cette différence est une conséquence du fait que la dynamique d’amplitude est esclave de la phase. En effet si l’on regarde la trajectoire de la phase dans le plan complexe, nous voyons qu’en partant du point fixe elle parcourt deux boucles autour de l’origine avant d’y revenir, et le système ne repasse pas par le point fixe entre les deux tours de phase. Les deux boucles semblent se croiser dans le plan complexe, mais ceci n’est que le résultat de la projection à deux dimensions; en réalité, une des deux trajectoires passe au dessus de l’autre.

Des exemples d’observations de solitons de phase de charges plus élevées sont présentés dans la figure 4.5. Nous y découvrons l’existence de solitons de charge +3 (4.5a), +6 (4.5b) et +11 (4.5c). En observant la forme de ces solitons, nous voyons aisément que l’accumulation des charges rajoute un nombre correspondant de creux, mais les bords gauche et droit des solitons montrent que les trajectoires suivies sont identiques pour connecter avec l’état accroché. Toutes les valeurs de charge sont possibles tant que le soliton possède une taille inférieure à celle du système. La pente imposée par la vitesse des solitons dans les diagrammes spatio-temporels (4.5) semble indiquer que la vitesse augmente avec la charge mais nous verrons plus tard que c’est en fait le contraire. Dans ces observations, les paramètres varient d’une figure à l’autre, et sachant que la vitesse des solitons dépend fortement de Δ (voir

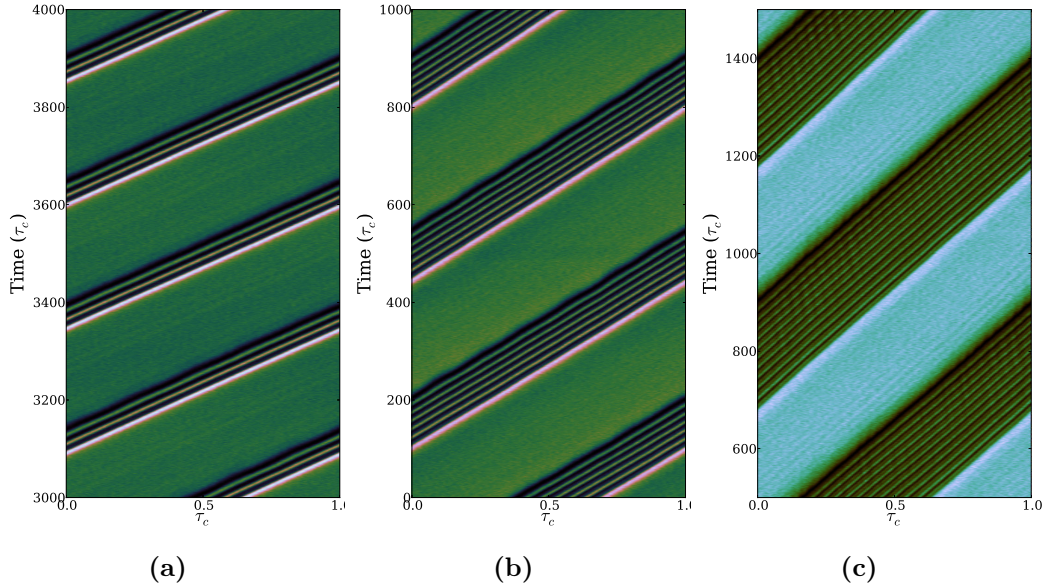


FIGURE 4.5 – Exemples de solitons à charges multiples. **a)** soliton de charge $+3$, **b)** $+6$ et **c)** $+11$. Les diagrammes spatio-temporels montrent $1000 \times \tau_c$ de propagation et l'échelle de couleur code du foncé au clair vers les valeurs croissantes.

section 4.3.2 page 104), elles ne permettent pas de déduire de comportement. Nous verrons dans la section 4.4 (page 115) que les solitons plus fortement chargés se déplacent moins vite (vers la droite). Pour mémoriser l'association entre charge et vitesse, nous pouvons associer le terme "légers" à des solitons de faible charge ($+1$), et "lourds" pour des solitons portant une charge chirale élevée ($+5$, $+11$).

4.2.3 Origine des solitons observés

Nous avons jusqu'à présent démontré l'existence de solitons de phases dans notre système, et fait l'étude de leurs principales caractéristiques. Nous n'avons cependant pas expliqué comment ces objets se forment dans notre système, nous donnant la possibilité de les observer.

Les solitons sont des sauts de phase immergés dans l'état accroché, il est donc nécessaire pour leur existence que l'état accroché soit stable. Ce dernier étant un état stationnaire, le système n'évolue plus à partir du moment où il remplit tout l'espace et aucun soliton ne sera observé. Afin de permettre la formation de solitons de phase, il faut à la fois que l'état accroché soit stable, et qu'une rotation de la phase soit présente dans la condition initiale. La figure 4.6 présente comment ces deux conditions sont satisfaites expérimentalement, permettant ainsi aux solitons d'être créés et d'exister. Le diagramme spatio-temporel (4.6a) montre l'état du système dans le régime où l'état accroché coexiste avec l'état turbulent sur environ $1000 \times \tau_c$ (régime décrit dans le chapitre 3, section 3.3.4 page 73). Les deux domaines turbulents se propagent vers la droite puis leur taille décroît jusqu'à ce qu'ils disparaissent complètement. Contrairement à ce que nous avons vu dans le cas de la bistabilité

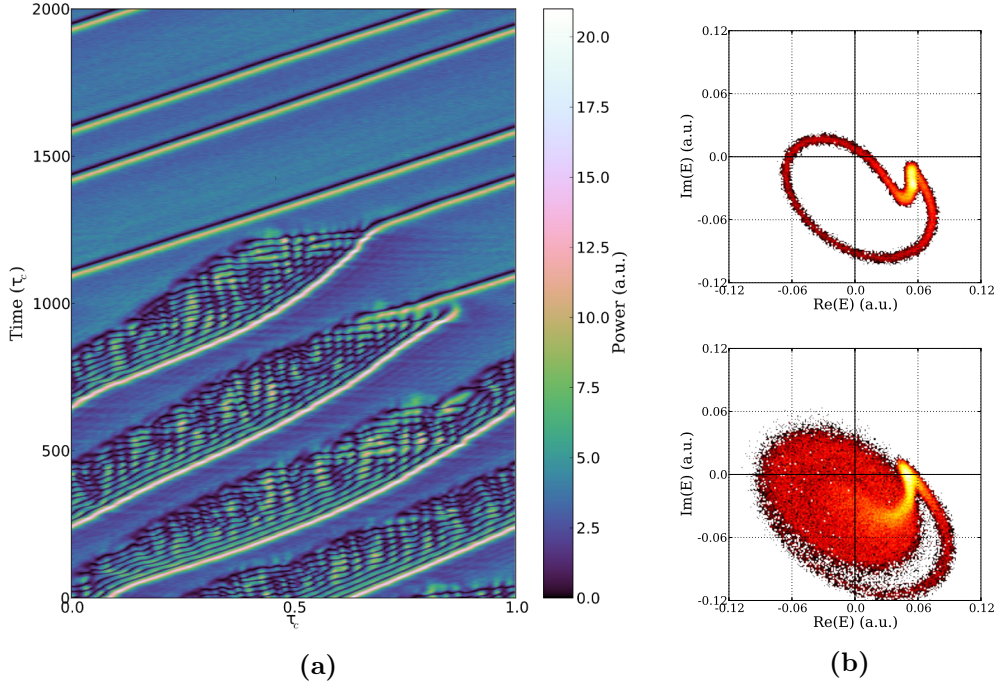


FIGURE 4.6 – Nucléation de deux solitons à partir de l’état turbulent. **a)** diagramme spatio-temporel sur $2000 \times \tau_c$. **b)** distribution des valeurs de la phase pendant les premiers 500 tours de cavité (bas) et les derniers 500 tours de cavité (haut).

où l’état le plus stable finit par envahir tout l’espace, la contraction des domaines turbulents semble se bloquer et des solitons sont créés. En analysant la dynamique de phase associée à cette évolution (4.6b), nous voyons que les tours de phases présents dans les états turbulents se font piéger dans l’état accroché et forment ainsi des solitons de phase tels que nous les connaissons. Les valeurs de la phase des 500 premiers tours de cavité sont présentées dans l’histogramme du bas et montrent que les états turbulents explorent toutes les valeurs de la phase. Dans le cadran en bas à droite, nous pouvons distinguer une trajectoire séparée du reste de la distribution qui correspond à celle suivie par le système lorsqu’il converge vers le point fixe pour se raccrocher au forçage. L’histogramme du haut correspond aux 500 derniers tours de cavité montrés dans le diagramme spatio-temporel. Une fois les solitons créés, nous voyons que la trajectoire est parfaitement définie et tourne autour de l’origine. Cette observation est très importante car elle nous permet non seulement de comprendre comment ces structures se forment dans notre système, mais elle constitue aussi la preuve que plusieurs solitons de phase peuvent exister en même temps. Remarquons que leur trajectoire dans le plan complexe est identique. Nous ne le montrons pas ici, mais si l’on trace les deux trajectoires séparément, il est impossible de les différencier. Le fait qu’un des solitons existe avant le deuxième, constitue l’évidence expérimentale que les solitons de phases sont indépendants. Nous verrons par la suite, dans l’étude numérique comme dans les observations expérimentales, que des solitons de charges différentes peuvent coexister et interagir.

Nous connaissons à présent le mécanisme à la base de l'existence des solitons dans notre système. En ajustant le désaccord Δ , nous pouvons ainsi passer de la zone de coexistence entre domaines accrochés et turbulents, à la zone de stabilité des solitons de phase.

4.3 Modèles numériques

Cette section est dédiée à la modélisation du système expérimental ayant pour but de compléter la compréhension des régimes observés. Nous savons que le système peut accueillir des régimes de coexistence entre états turbulents et états synchronisés, et que des sauts de phase piégés lors de la synchronisation du système sont à l'origine de la formation d'états localisés en phase. En revanche nous n'avons aucune idée de la forme de l'espace de phase et ainsi des zones de stabilité de ces régimes. Dans un premier temps nous étudierons un modèle complet, basé sur un système de trois équations décrivant le champ électrique, les porteurs de charge et la polarisation du milieu. Bien que ce modèle offre une description très fidèle à l'expérience, nous verrons que la réduction du système d'équation à une équation unique pour le champ, sera très utile pour explorer les comportements des solitons de phase. L'équation obtenue prend alors la forme d'une équation de Ginzburg-Landau complexe avec forçage et montre la généralité des résultats obtenus. Les deux modèles ont été développés par nos collaborateurs et seront expliqués dans leurs grandes lignes comme écrit dans [Gustave 2015], mais nous ne présenterons pas la dérivation complète dans ce manuscrit. Nous nous intéresserons plus particulièrement aux résultats obtenus.

4.3.1 Equations de Maxwell-Bloch pour lasers à semi-conducteurs

4.3.1.1 Description du modèle

Le modèle présenté ici est constitué d'un système d'équations décrivant l'évolution de la polarisation du milieu semi-conducteur P , des porteurs de charge D et du champ électrique E . Il correspond au modèle développé en [Prati 2007] et [Prati 2010] et adapté pour prendre en compte la propagation longitudinale du champ. La description phénoménologique de la susceptibilité microscopique du semi-conducteur admet la dépendance de l'indice de réfraction et de la forme du gain en fonction de la fréquence et de la densité des porteurs de charge. Ceci permet de prendre en compte la dispersion du gain sans avoir à ajouter un filtrage arbitraire dans le modèle pour éviter le problème d'effondrement des pulses (*i.e.* focalisation infinie). La géométrie de la cavité utilisée est montrée dans la figure 4.7. La cavité de longueur L est remplie en partie par le milieu actif de longueur l , la propagation du champ est considérée unidirectionnelle et l'évolution est décrite suivant la variable longitudinale z .

Le modèle écrit dans la limite de transmission faible et en négligeant la diffraction

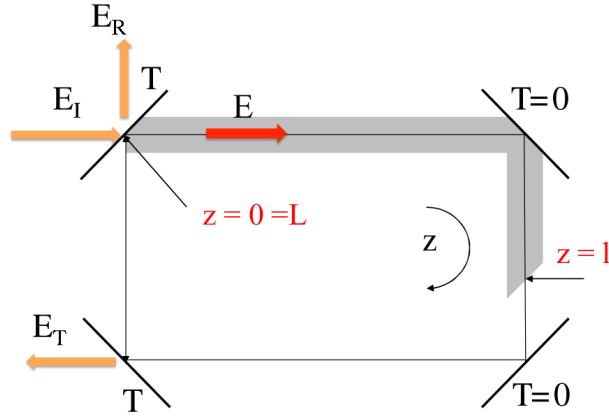


FIGURE 4.7 – Schéma représentant la géométrie exploitée dans le modèle numérique. Le laser en anneau est constitué d'une cavité de longueur L remplie d'un milieu actif de longueur $l < L$, et z correspond à la coordonnée spatiale longitudinale. E : amplitude du champ dans la cavité. E_I : champ électrique constituant le forçage. E_T : champ transmis à la sortie de la cavité. E_R : champ réfléchi à l'entrée de la cavité. T : coefficient de transmission des miroirs.

devient :

$$\partial_\tau E = -\eta_0 \partial_\eta E + \sigma [y - (1 + i\theta)E + P], \quad (4.1)$$

$$\partial_\tau P = [\Gamma(D)(1 - i\alpha) + 2i\delta(D)] [(1 - i\alpha)ED - P], \quad (4.2)$$

$$\partial_\tau D = b[\mu - D - (E^*P + EP^*)/2], \quad (4.3)$$

avec les conditions aux bords périodiques $E(0, \tau) = E(1, \tau)$. La variable spatiale est normalisée par la longueur du milieu, soit $\eta = z/l$, et la variable temporelle τ correspond au temps retardé $t + z(\Lambda - l)/(cl)$ normalisé par le taux de décroissance de la polarisation τ_d , avec $\Lambda = L - l + nl$. Le paramètre $\eta_0 = c\tau_d/\Lambda$ est le rapport entre l'intervalle spectral libre de la cavité et la largeur de gain du milieu. Il définit alors le nombre de modes de cavité disponibles sous la courbe de gain, et dans notre cas est très faible. Cela signifie que très proche du seuil, le laser sans forçage émet sur un grand nombre de modes. Les taux de décroissance σ et b sont normalisés, correspondant respectivement aux rapports des temps de vie polarisation/photons et polarisation/porteurs de charge. L'amplitude du champ injecté en $z = 0 = L$ est notée y , α est le facteur d'Henry [Henry 1982] intervenant dans le couplage phase-amplitude. μ est le paramètre de pompage normalisé du laser, $\mu = 1$ est alors la valeur du seuil en absence de forçage. θ est le désaccord entre la fréquence de l'injection et la fréquence du mode de cavité le plus proche, multiplié par le temps de vie de photons. Les fonctions :

$$\Gamma(D) = 0.276 + 1.016 D \quad (4.4)$$

$$\delta(D) = -0.169 + 0.216 D \quad (4.5)$$

proviennent d'un ajustement de la susceptibilité microscopique du milieu actif (voir [Prati 2007] et [Prati 2010]) et décrivent respectivement la dépendance de la largeur

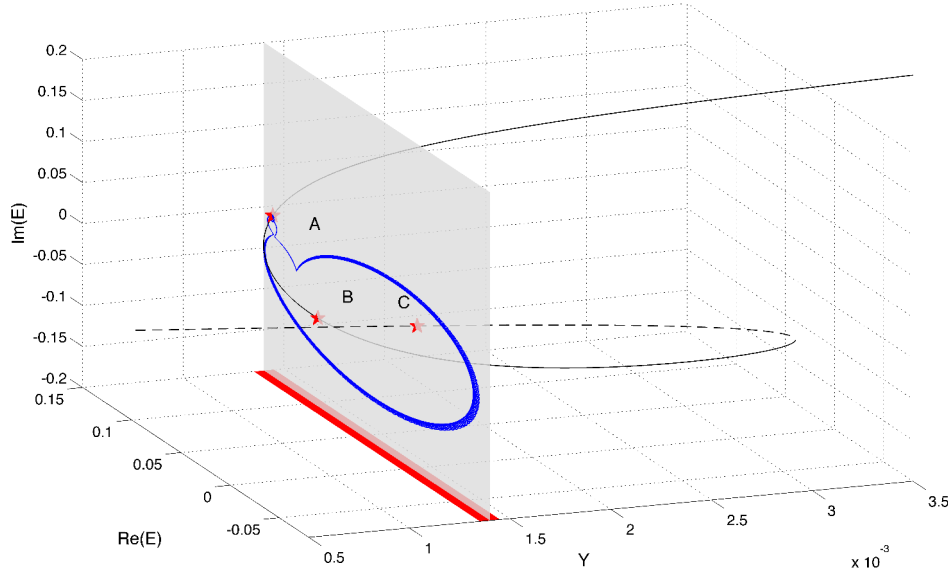


FIGURE 4.8 – Etats stationnaires des équations (4.1-4.3) obtenus pour les paramètres $\mu = 1.01$, $\alpha = 3$, $\theta = -2.97$, $\sigma = 3 \cdot 10^{-6}$, $b = 5 \cdot 10^{-4}$ et $y = 0.0014$. La trajectoire bleue correspond à la trajectoire d'un soliton de phase. Les points A, B et C représentent respectivement un point fixe stable, un point selle instable et un focus instable. La bande rouge dans le plan $(\text{Re}(E), y)$ représente la zone de stabilité des solitons de phase en fonction de y .

de gain et du désaccord entre le gain et la cavité en fonction de D .

Le terme $-\eta_0 \partial_\eta E$ dans l'équation (4.1) décrit la propagation du champ dans l'espace et la dispersion est implicitement donnée par le pré-facteur dans l'équation (4.2). Nous disposons à présent d'un modèle complet prenant en compte l'extension longitudinale du laser en anneau, ainsi que les particularités du milieu semi-conducteur qui ne remplit pas toute la cavité. Nous pouvons alors nous intéresser aux solutions de ce système d'équations, et analyser l'existence des solitons de phase dissipatifs.

4.3.1.2 Solitons chiraux et synchronisation

Les équations (4.1-4.3) admettent une solution stationnaire $E = E_s$, $P = P_s$, $D = D_s$, uniforme dans la dimension longitudinale :

$$P_s = (1 - i\alpha)E_s D_s \quad (4.6)$$

$$D_s = \frac{\mu}{(1+x)} \quad (4.7)$$

$$y = x \left[\left(1 - \frac{\mu}{1+x}\right)^2 + \left(\theta + \frac{\mu\alpha}{1+x}\right)^2 \right] \quad (4.8)$$

$$\phi = \arctan \left(-\frac{\mu\alpha + \theta(1+x)}{1+x-\mu} \right) \quad (4.9)$$

où ϕ est la phase du champ E_s et $x = |E_s|^2$. En ajustant les paramètres θ , α et μ , la relation 4.8 peut donner trois racines positives donnant une forme en S

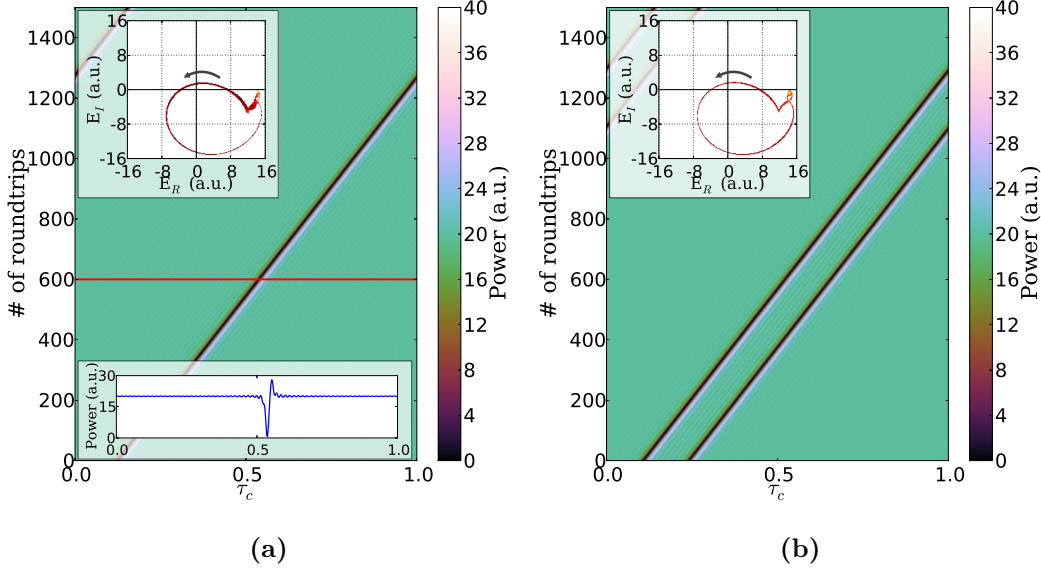


FIGURE 4.9 – Résolutions numériques des équations (4.1-4.3) pour les paramètres identiques à la figure 4.8 montrant un soliton de phase généré par un saut de phase de 2π additionné à l'état homogène, sa trajectoire dans le plan complexe du champ électrique ainsi que son profil d'intensité sur un tour de cavité (a), deux solitons coexistant dans l'espace et possédant une trajectoire commune (b).

comme présenté en figure 4.8. Le paramètre de pompage est fixé à $\mu = 1.01$ afin que les résultats soient visuellement proches de ceux observés expérimentalement, mais cette valeur n'est pas critique. Les trois points fixes A, B et C représentés dans la figure pour $y = 0.0014$ sont respectivement un point fixe stable, un point selle instable, et un focus instable. Cette structure est nécessaire pour observer des solitons de phase ([Coullet 1986], [Longhi 1998], [Chate 1999]). L'analyse de stabilité des solutions uniformes dans l'espace montre que la branche du haut, correspondant à l'état accroché au forçage, est stable pour toutes les valeurs de y au dessus du point tournant, et disparaît au travers d'une bifurcation noeud-selle au niveau du point tournant. Les deux autres branches sont instables sur toute leur zone d'existence. Remarquons qu'en l'absence de propagation ($\partial/\partial z = 0$), la structure de l'espace des phases correspond à un système excitable, par l'existence d'un point fixe (A) et d'un point selle (B) qui s'approchent et disparaissent à la bifurcation (noeud-selle).

En additionnant un saut de phase de 2π à l'état uniforme (A), nous pouvons créer un soliton de phase, dont la trajectoire correspondante est tracée en bleu dans la figure 4.8. La zone de stabilité des solitons de phase pour les paramètres choisis est représentée par la bande rouge dans le plan horizontal. Cette zone est très petite mais croît très vite avec μ . Les solitons de phase obtenus sont alors stables et peuvent se propager indéfiniment dans le système, comme le montre la figure 4.9. Le diagramme spatio-temporel 4.9a montre la propagation sur 1500 tours de cavité d'un soliton de phase et la trajectoire de la phase sur la même durée (dans

le cadre du haut). La trajectoire de la phase est identique à celle tracée en bleu dans la figure 4.8 et nous voyons clairement ici la variation d'amplitude associée à la phase. La coupe horizontale (cadre du bas) effectuée en 600 permet de se rendre compte de la ressemblance entre la forme des solitons obtenus numériquement et expérimentalement. Il a été vérifié que les structures qui ne contiennent pas de charge chirale, ou dont la charge est négative ne sont pas stables. La figure 4.9b montre que l'existence de deux solitons de phase dans le système n'impacte pas leur stabilité. En effet, les deux solitons sont créés par deux sauts de 2π ajoutés à l'état uniforme (séparés d'une distance plus grande que leur largeur naturelle) et se propagent à une vitesse constante. Nous voyons clairement que leur trajectoire dans le plan complexe du champ électrique est identique, correspondant avec les observations expérimentales.

Le modèle développé montre que les solitons de phase sont stables pour des paramètres consistants avec ceux utilisés expérimentalement. En accédant à la structure de l'espace des phases, nous vérifions que si le forçage est trop fort, seul l'état accroché existe, mais pour des valeurs faibles de forçage l'état uniforme peut éventuellement accueillir des solitons de phase. La résolution numérique du système d'équations (4.1-4.3) étant très lourde, il n'est pas évident d'explorer la diversité des comportements que le système peut produire. Nous avons tout de même vérifié que le modèle prenant en compte les spécificités de la cavité et du milieu à semi-conducteur décrit correctement l'existence des solitons de phase découverts expérimentalement.

4.3.2 Equation de Ginzburg-Landau complexe forcée

4.3.2.1 Réduction du modèle complet

Dans le cadre d'un modèle de laser forcé de type Maxwell-Bloch, où le milieu actif est composé d'atomes à deux niveaux, il a été montré que le système d'équations peut être réduit à une équation unique pour le champ électrique, équivalente à une équation de type Ginzburg-Landau avec forçage [Longhi 1998]. Lorsque le système est placé loin du seuil, la dynamique devient esclave de la phase et le système peut être à nouveau réduit à une équation pour la phase de type Sine-Gordon. Ceci montre que les kinks de phase observés sont intrinsèquement des objets de phase, auxquels une dynamique d'amplitude du champ peut être associée dans certains régimes. Dans notre cas, l'approximation loin du seuil n'est pas réaliste donc nous ne pouvons pas effectuer la même réduction. En revanche, dans l'approximation où le laser est opéré près du seuil ($\mu - 1 = \varepsilon \ll 1$) et que l'amplitude du champ injecté ainsi que le désaccord ($\theta + \alpha$ dans le modèle) sont tous deux d'ordre ε , il est tout de même possible d'éliminer les variables de polarisation et des porteurs de charge. L'équation obtenue pour le champ prend la forme d'une équation de Ginzburg-Landau complexe forcée (FCGL) s'écrivant :

$$\begin{aligned} \eta_0 \partial_\eta E + \partial_\tau E &= \sigma \{ y + [\mu - 1 - i(\mu\alpha + \theta)] E \\ &\quad - (1 - i\alpha) |E|^2 E \\ &\quad + d [\eta_0^2 \partial_\eta^2 - 2i\delta(1)\eta_0 \partial_\eta] E \} , \end{aligned} \quad (4.10)$$

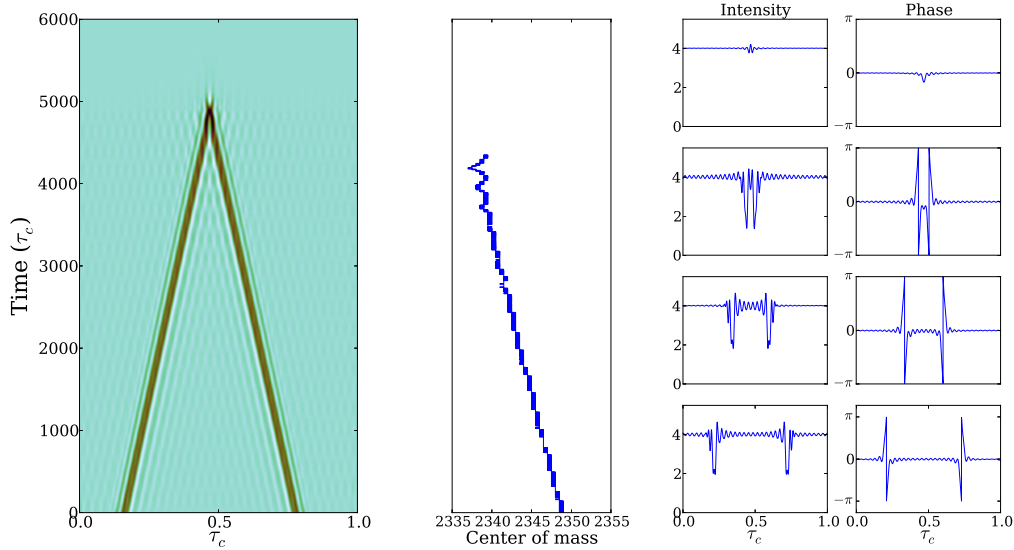


FIGURE 4.10 – Simulations montrant la coexistence et la destruction de solitons de phase de charge chirale $+1$ et -1 . **Gauche** : diagramme spatio-temporel montrant 6000 tours de cavité. **Milieu** : Déplacement du centre de masse des deux solitons indiquant une (faible) asymétrie. Dans cette simulation, $\tau_c = 5000$ points, et le décalage est de l'ordre de 15 points. **Droite** : profils d'intensité et de phase des solitons. Les paramètres $\mu = 1.03$, $\alpha = 3$, $\theta = -2.97$, $\sigma = 3 \cdot 10^{-6}$, $b = 5 \cdot 10^{-4}$ et $y = 0.002$.

avec $d = [\Gamma(1)^2(1 - i\alpha)]^{-1}$. Cette équation diffère de celle obtenue dans [Longhi 1998] par la présence du facteur d'Henry et par le dernier terme qui décrit l'asymétrie de la courbe de gain et ses propriétés dispersives même à résonance. Le désaccord est donné par le terme $(\mu\alpha + \theta)$ et fait intervenir la valeur du pompage contrairement au modèle complet où le désaccord était simplement donné par la somme $(\alpha + \theta)$.

4.3.2.2 Solitons chiraux

Les solitons de phase existent aussi dans le modèle FCGL. Leur stabilité a été vérifiée pour les paramètres identiques à ceux du modèle complet (vu dans la section précédente.) En se plaçant dans le référentiel du soliton, *i.e.* à la vitesse η_0 , le modèle réduit ne possède pas la symétrie $\eta / -\eta$ normalement présente dans l'équation de Ginzburg-Landau complexe forcée. Ceci est une conséquence du fait que la dispersion n'est pas nulle à résonance ($\delta(1) \neq 0$). De façon inattendue, cette brisure de symétrie n'est pas suffisante pour déstabiliser les solitons de charge négative. Dans ce modèle, il est donc possible d'observer des solitons de charge opposée se propager et interagir, comme montré dans la figure 4.10. Lors de la collision, les solitons s'annihilent, comme décrit dans [Argentina 1997]. La simulation numérique est réalisée pour des paramètres semblables à ceux utilisés dans le modèle complet et nous montre la propagation et la collision de deux solitons de charge chirale opposée. Les solitons chargés $+1$ et -1 sont créés en ajoutant un saut de phase respectivement

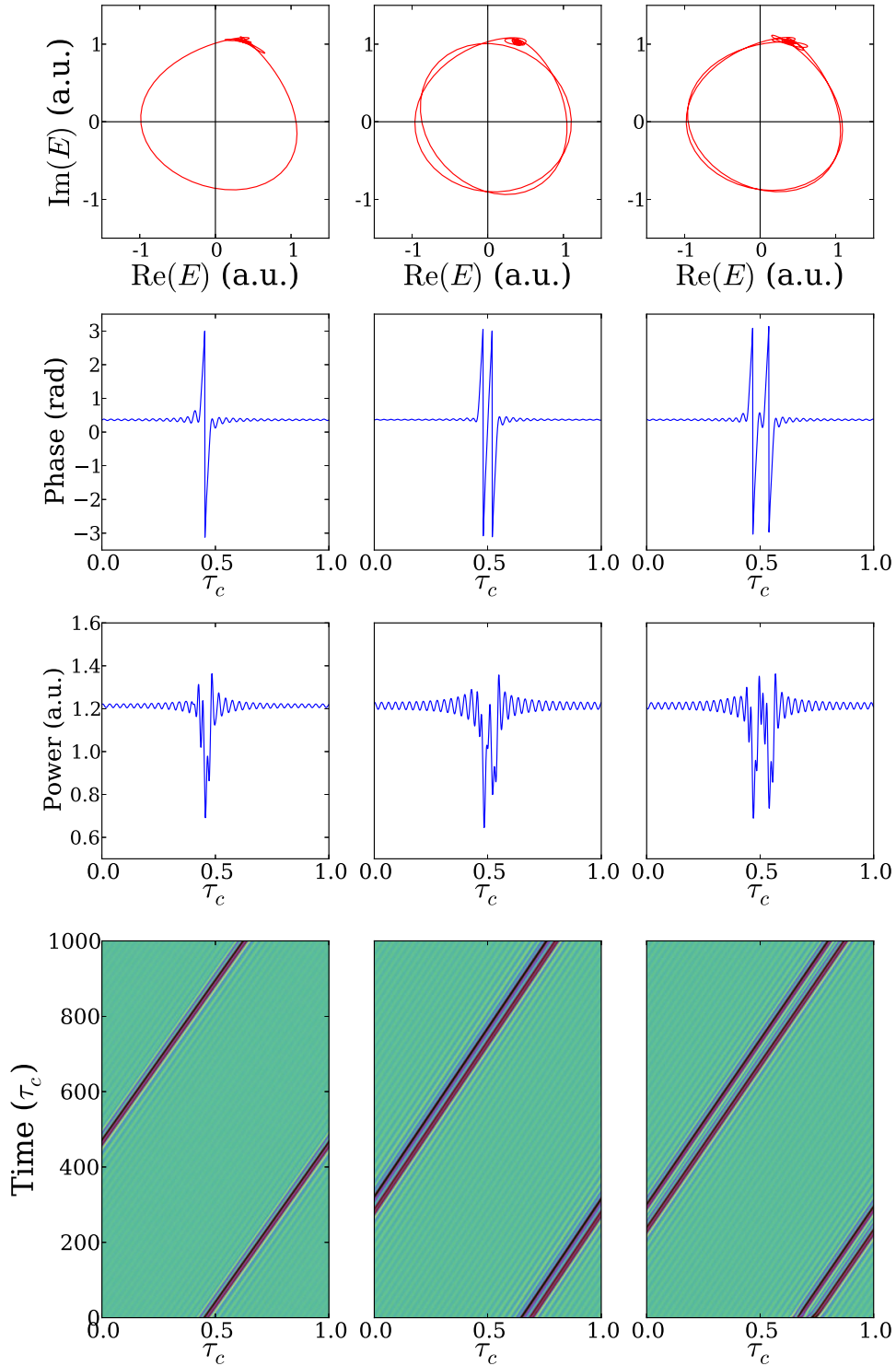


FIGURE 4.11 – Simulations montrant la stabilité et les caractéristiques des solitons de phase charge chirale +1(colonne de gauche), des solitons de charge +2 (colonne centrale) et la coexistence de deux solitons de charge +1. La première ligne en partant du haut présente la trajectoire parcourue dans le plan $(\text{Re}(E), \text{Im}(E))$, les deuxièmes et troisièmes lignes montrent respectivement la phase du champ et le profil d'intensité sur un tour de cavité, et la quatrième ligne montre les diagrammes spatio-temporels correspondants sur $1000 \times \tau_c$. Les paramètres utilisés sont $\mu = 2$, $\alpha = 3$, $\theta = -2.5$, $\sigma = 3 \cdot 10^{-6}$, $b = 5 \cdot 10^{-4}$ et $y = 0.25$.

de $+2\pi$ et -2π à l'état accroché (uniforme). Le diagramme spatio-temporel nous montre que les vitesses de propagation des deux solitons sont différentes, et semblent opposées par rapport à la direction verticale. Il y a en fait une légère asymétrie dans leur vitesse de propagation qui se remarque dans le déplacement du centre de masse (présenté au centre de la figure 4.10). L'effet est très faible, car le décalage mesuré est d'environ 15 points alors que $\tau_c = 5000$, mais ceci est bien la signature de la brisure de symétrie $\eta/ -\eta$.

Bien que cette symétrie soit brisée, les deux signes de la charge sont stables dans ce modèle, alors que seulement un des deux est stable dans l'expérience et dans le modèle complet. Nous interprétons ceci par le fait que la brisure de symétrie qui déstabilise le signe négatif vient du caractère non-instantané du milieu actif. En effet pour réduire le modèle complet à une équation unique pour le champ, il faut artificiellement rendre le milieu instantané.

Les simulations numériques du modèle (eq. 4.10) sont réalisées en utilisant une méthode de décomposition spectrale. Nous définissons une base de mode sur laquelle la condition initiale se décompose et l'intégrateur calcule à chaque pas de temps la distribution de puissance sur cette base. Nous pouvons donc varier la quantité de modes que nous souhaitons prendre en compte dans la résolution. Cette méthode étant très rapide, nous avons développé une interface graphique permettant de résoudre l'équation tout en ayant accès à l'affichage des résultats et au contrôle des paramètres en temps réel. Nous pouvons ainsi vérifier l'existence des solitons de phase et manipuler les paramètres pour voir l'impact sur leur évolution dans le système. Bien que les approximations considérées dans ce modèle imposent un pompage proche du seuil, et des valeurs de désaccord et de puissance d'injection faibles, les régimes qui nous intéressent s'étendent bien au-delà dans l'espace des paramètres. Comme la zone de stabilité des solitons de phase croît fortement avec le pompage μ , nous présentons des résultats obtenus pour $\mu = 2$, permettant une plus grande flexibilité sur les autres paramètres. La figure 4.11 présente le détail des solutions obtenues pour un soliton de charge +1 (gauche), un soliton de charge +2 (milieu) et deux solitons de charge +1 l'un à côté de l'autre (droite). Les principales caractéristiques sont montrées pour permettre de comparer ces trois différents cas. Le soliton de charge +1 est nucléé en ajoutant un saut de phase de 2π à l'état homogène (synchronisé au forçage). Comme dans le modèle complet, il se propage en ligne droite vers la droite et ne change pas de forme. Le profil d'intensité (3^e ligne) montre la forme asymétrique du soliton. La dynamique de phase associée correspond à un saut de phase positif connectant l'état accroché avec lui même. Nous voyons que la trajectoire dans le plan complexe (1^{ère} ligne) contourne l'origine en passant très loin, en comparaison avec les observations faites proche du seuil (dans l'expérience et dans le modèle complet). Ceci est cohérent avec le fait que la dynamique devient esclave de la phase quand le système est placé loin du seuil ([Longhi 1998]), rendant ainsi la dynamique d'amplitude moins importante.

Dans la colonne centrale, nous pouvons observer un soliton de charge +2. Il est créé en ajoutant à l'état uniforme, deux sauts de phase séparés d'une distance faible. La distance entre les deux tours de phase est de l'ordre de la modulation que l'on

distingue de part et d'autre des solitons. Si cette distance est trop faible, la structure créée n'est pas stable, l'intensité passe par l'origine et la charge chirale disparaît. Au contraire, si la distance séparant les deux tours de phase est plus grande que la période de la modulation, les deux charges chirales forment deux solitons distincts, chacun de charge $+1$. En prêtant attention à la dynamique de phase, nous voyons que dans le cas d'un soliton de charge $+2$, le système ne repasse pas par le point fixe contrairement au cas où les deux charges sont séparées. Nous avons donc l'évidence que des solitons de charge supérieure à 1 sont stables et sont faits d'un assemblage de charges chirales de valeur 1. Nous avons aussi vérifié que la coexistence de plusieurs solitons est possible dans ce modèle.

La modulation citée précédemment semble provenir du fait que nous décrivons la dynamique avec un nombre fini de modes (ici 65). En effet la période et l'amplitude de cette modulation varient avec le nombre de modes montrant que nous introduisons artificiellement une limite dans la quantité de modes en jeu dans la dynamique. La modulation est alors une conséquence du fait que l'objet que nous voulons décrire est petit, et que nous avons besoin d'un grand nombre de fréquences pour le faire. Les observations expérimentales montrent aussi les signes d'une faible modulation apparaissant sur l'état homogène en présence d'un soliton. Nous avons déterminé sur les mesures expérimentales, qu'une vingtaine de modes entrent en compte dans le spectre de puissance d'un soliton, ce qui indique qu'un mécanisme physique est à l'origine de ce filtrage. Dans les observations expérimentales, nous interprétons la modulation comme la conséquence d'une coupure spectrale due au temps de relaxation des porteurs de charge. Nous verrons ultérieurement comment la présence d'une modulation impacte les interactions entre solitons.

4.3.2.3 Vitesse de propagation

Dans les observations expérimentales, nous avons vu que les solitons n'ont pas toujours la même vitesse, bien que l'on se place dans le même référentiel (celui du laser non forcé). Du point de vue numérique, nous avons accès aux paramètres avec une facilité incomparable au cas expérimental. La figure 4.12 montre l'influence du désaccord sur la vitesse d'un soliton de charge $+1$. Le diagramme spatio-temporel (4.12a) correspond à la variation de θ par pas de 0.25 alors que le soliton existe déjà dans la cavité. En partant du bas, nous voyons que le soliton se déplace vers la droite puis au fur et à mesure que θ diminue, il passe par une trajectoire verticale et finit par aller vers la gauche. Nous voyons que chaque changement de désaccord est accompagné d'une variation de puissance de l'état accroché. Les lignes horizontales donnent les positions auxquelles les coupes montrant les profils d'intensité et de phase (4.12b) sont réalisées. Les profils d'intensité changent considérablement avec le désaccord alors que la phase présente la même forme. L'unique variation dans la phase est la hauteur de l'état accroché, mais le saut de phase est identique, conséquence du fait que ces solitons sont localisés en phase.

Dans les observations expérimentales les solitons se déplacent toujours vers la droite, indiquant qu'ils ont une vitesse plus faible que la vitesse de la lumière dans la cavité. Dans le modèle FCGL, les solitons peuvent se déplacer plus vite que la

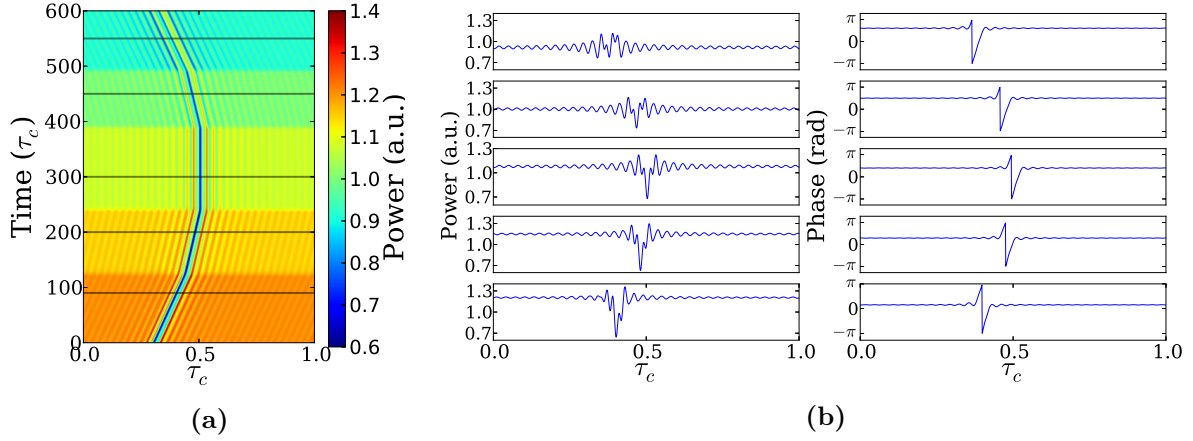


FIGURE 4.12 – Variation de la vitesse d’un soliton de charge +1 en fonction du désaccord θ , prenant successivement les valeurs -2.5 , -2.75 , -3 , -3.25 et -3.5 de bas en haut. Les autres paramètres sont identiques à la figure 4.11. Le diagramme spatio-temporel (a) montre l’évolution de la trajectoire du soliton suivant les cinq variations désaccord imposées. Les coupes, dont les positions sont marquées par les lignes horizontales, montrent les profils d’intensité et de phase sur un tour de cavité (b).

vitesse de la lumière (vers la gauche dans les diagrammes spatio-temporels) ce qui n’est pas un problème à partir du moment où ils constituent des objets de phase. Le modèle complet étudié précédemment est en accord avec l’expérience car il ne peut pas accueillir de solitons se propageant vers la gauche, ce qui semble montrer que la non instantanéité du milieu joue un rôle sur cette limite de vitesse.

Dans des systèmes d’oscillateurs couplés, beaucoup de travaux ont été effectués sur les fronts qui connectent spatialement différents états. Ces fronts peuvent contenir une charge chirale ou non et sont nommés respectivement murs de Bloch ou murs d’Ising. La chiralité apporte au système une direction lors de la transition d’un état à un autre, impliquant que le chemin suivi n’est pas le même pour passer dans un sens ou dans l’autre. Dans [Coullet 1990], l’auteur montre que la charge chirale acquise au cours d’une transition Ising-Bloch impose une vitesse de déplacement au front concerné. Dans notre système, les structures observées sont chirales et sont donc intrinsèquement en mouvement dans l’espace longitudinal. La figure 4.12 montre que leur vitesse peut être annulée de façon marginale. Le point important est que même si l’espace est réversible (possède la symétrie $z/-z$), les structures chirales ont une vitesse, qui peut être marginalement annulée en ajustant les paramètres comme le montre la figure 4.12.

4.3.2.4 Interaction entre solitons de charge différente

Les solitons de phase ont été découverts expérimentalement et confirmés par les deux modèles numériques développés. Ils peuvent contenir des charges chirales de valeurs différentes et nous avons vu que leur vitesse est fortement dépendante du désaccord en fréquence imposé entre le forçage et la fréquence naturelle du système.

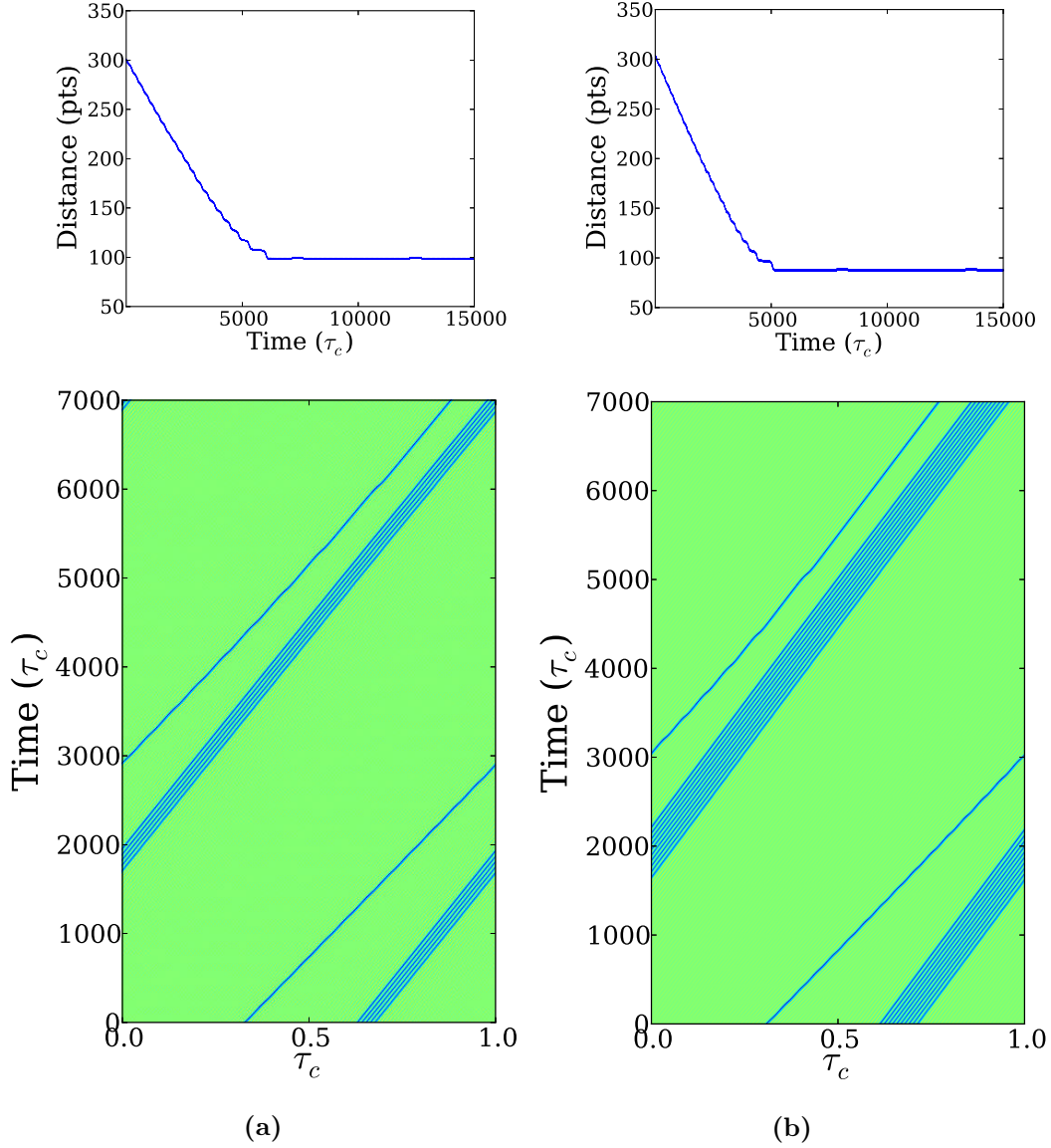


FIGURE 4.13 – Dépendance de la vitesse des solitons en fonction de leur charge et interactions à courtes distances. **(a)** Diagramme spatio-temporel de la propagation d'un soliton de charge +1 créé en $0.3 \times \tau_c$ et un soliton de charge +5 créé en $0.6 \times \tau_c$. **(b)** Mêmes conditions mais avec un soliton de charge +10. Les courbes tracées au dessus des diagrammes spatio-temporels présentent la distance relative entre les solitons, la longueur totale de la cavité étant à 1000 points. Les paramètres sont identiques à ceux de la figure 4.11 : $\mu = 2$, $\alpha = 3$, $\theta = -2.5$, $\sigma = 3 \cdot 10^{-6}$, $b = 5 \cdot 10^{-4}$ et $y = 0.25$. Le nombre de modes pris en compte dans le calcul est augmenté à 201.

Dans le modèle FCGL, nous savons aisément créer des solitons de charge multiple (section 4.3.2.2, page 105) en juxtaposant des sauts de phase suffisamment proches. La question se pose maintenant de savoir ce qui se passe lorsque nous plaçons des solitons de charges différentes dans le système.

La figure 4.13 présente le résultat de simulations numériques où sont confrontés des solitons légers et des solitons lourds. Afin de comprendre l'impact de la charge sur la propagation de ces solitons, nous étudions le cas où un soliton de charge $+1$ coexiste avec un soliton de charge $+5$ (4.13a), et de charge $+10$ (4.13b). En première observation nous voyons que dans les deux cas, le soliton léger se déplace vers la droite avec un angle plus grand que les solitons lourds, indiquant que la vitesse des solitons croît avec la charge chirale (dans ce modèle). Ceci a aussi été vérifié dans des situations où un seul soliton se trouve dans le système, afin d'éviter toute interaction. La dépendance de la vitesse avec la charge est une observation très intéressante car cela montre que ces structures n'interagissent pas de la même façon avec le milieu dans lequel elles se propagent. Dans tous les résultats numériques présentés jusqu'ici, il n'y avait aucune évidence de l'indépendance des solitons. Le fait d'observer qu'ils peuvent se déplacer les uns par rapport aux autres, permet d'affirmer qu'ils sont indépendants, bien qu'ils interagissent.

En repérant les positions des solitons, nous pouvons suivre l'évolution de leur distance et ainsi analyser en détail leur comportement. Dans le cas où les deux solitons sont chargés $+1$ et $+5$ (4.13a), ils sont espacés de 300 points à l'origine puis se rapprochent jusqu'à trouver une distance limite à 100 points après 6000 tours de cavité. Nous voyons clairement que la tendance générale est linéaire au début puis sature avant de s'arrêter à la valeur limite. Nous comprenons qu'ils se déplacent à des vitesses différentes puis commencent à se sentir et ajustent respectivement leur vitesse pour finir à une vitesse identique. En regardant plus en détail, la décroissance s'effectue par pas d'environ 10 points, correspondant à la période de la modulation. Celle-ci impose alors aux solitons de se placer à des distances discrètes et modifie leur trajectoire. Dans le cas où un seul soliton est présent dans la cavité, la modulation se déplace avec lui et n'affecte donc pas sa vitesse. Ici nous voyons que la présence de plusieurs solitons dont la vitesse est intrinsèquement différente, amène une contrainte sur la quantité de périodes de modulation qui les sépare, modifiant ainsi leur comportement. La saturation dans la décroissance de leur distance indique que la force de répulsion est plus forte lorsqu'ils se rapprochent. Ceci provient du fait que l'amplitude de la modulation décroît avec la distance au soliton. La force de répulsion est donc faible à grande distance et très forte à courte distance.

Si la différence de charge est plus élevée, comme montré dans la figure 4.13b, les deux solitons se rapprochent plus rapidement et se bloquent à une distance fixe aux environs de 5000 tours de cavité. Il est important de noter que la distance qui les sépare est plus faible que dans le cas précédent (environ 80 points) : leur différence de vitesse étant plus grande, les solitons subissent l'équivalent d'une force attractive plus forte. Ainsi, la force répulsive induite par la modulation doit être plus grande pour compenser leur attraction et la distance à laquelle les deux objets se fixent se voit réduite.

Nous avons étudié ici le cas où des solitons de charges différentes interagissent au travers de la modulation. La vitesse des solitons est impactée par la charge chirale qu'ils contiennent, leur imposant d'évoluer à des distances non fixées. Dans ce modèle nous observons que la vitesse des solitons augmente avec la charge chirale. Nous verrons dans la section 4.4 (page 115) que les observations expérimentales indiquent le contraire. Une analyse semblable à celle effectuée ici dans le cadre du modèle complet (vu en 4.3.1 page 100) permettrait de vérifier le rôle de la dynamique des porteurs de charge sur la variation de vitesse avec la charge chirale.

Grâce à l'analyse des distances, nous pouvons déduire que la modulation qui apparaît sur l'état uniforme régit fortement les interactions entre les solitons. Nous savons à présent que si la modulation est suffisamment forte elle peut figer intégralement les solitons à des distances discrètes. L'amplitude de cette modulation est importante, mais c'est en fait une combinaison entre son amplitude et sa direction qui compte. Nous pouvons relier ces observations aux travaux menés sur le blocage de fronts grâce à une modulation dans un système à retard [Marino 2014]. Les auteurs montrent que la modulation appliquée au système impose une contrainte sur la vitesse des fronts et peut permettre de les bloquer à des distances discrètes arbitraires. En variant la période de la modulation à amplitude fixée, il est possible d'observer les transitions entre accrochage et décrochage à la modulation. De façon intuitive, nous voyons que si la modulation se déplace à une vitesse trop grande par rapport au front, il faut une amplitude très forte pour le bloquer. En revanche avec une faible amplitude, il est possible d'accrocher le front en s'approchant de sa vitesse de propagation. Dans notre cas la modulation est interne au système et par conséquent nous ne contrôlons pas sa période et son amplitude. De manière analogue à une modulation externe, elle brise la symétrie par translation continue dans l'espace, et c'est pourquoi nous observons un impact sur la vitesse de propagation des solitons. Pour les mêmes paramètres que ceux utilisés dans la figure 4.13, des solitons de charge +1 et +2 se propageront à la même vitesse l'un à côté de l'autre, peu importe leur distance, car ils seront bloqués par la modulation. Notons que la vitesse des deux solitons sera alors identique alors qu'elle est intrinsèquement différente sans la modulation. L'accrochage des solitons à la modulation dépendant de la fréquence et de l'amplitude de cette modulation, nous associons ces observations au phénomène d'accrochage d'oscillateurs modélisé par l'équation d'Adler [Adler 1946]. Une particularité de la modulation qui intervient dans notre système, est qu'elle est créée par la présence d'un soliton et suit donc sa vitesse propre. Si plusieurs solitons coexistent dans l'espace, nous verrons alors des ondes stationnaires se créer entre eux. Leur fréquence dépend alors d'une pondération entre les vitesses (charges) des solitons impliqués, contrairement au cas d'une modulation externe forçant unilatéralement le système.

4.3.2.5 Structures localisées accrochées au forçage

Ce chapitre est dédié à l'étude des solitons de phase mais nous présentons ici des résultats obtenus sur l'existence de structures localisées différentes, accrochées au forçage. Ces objets sont identiques aux solitons de cavité observés dans l'espace

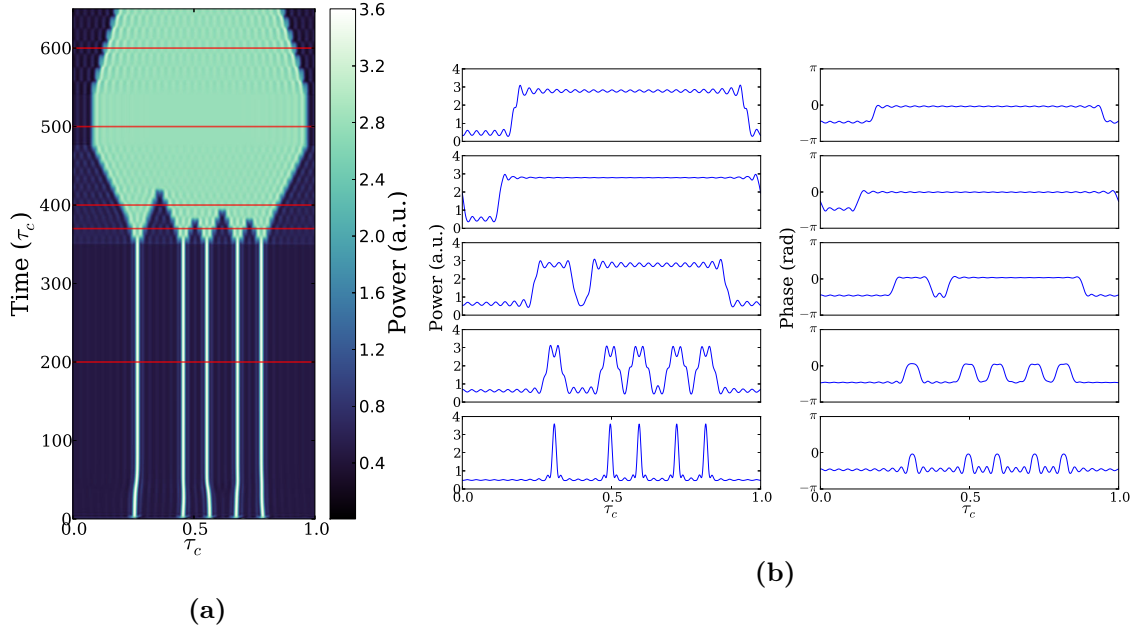


FIGURE 4.14 – Observation de solitons de cavité temporels et croissance de domaines. **(a)** Diagramme spatio-temporel montrant 650 tours de cavité au cours desquels nous imposons des variations de θ . **(b)** profils d'intensité (gauche) et de phase (droite) montrant les coupes dont les positions sont représentées par les lignes rouges dans le diagramme. L'ordre est respecté de bas en haut afin de voir l'évolution des états du système. Les paramètres utilisés sont $\mu = 0.86$, $y = 4.88$, $\alpha = 3$, $\sigma = 3 \cdot 10^{-6}$, et $b = 5 \cdot 10^{-4}$. De la condition initiale jusqu'à la ligne 350 : $\theta = 5.82$; de 350 à 480 : $\theta = 5.425$; de 480 à 540 : $\theta = 5.82$; et enfin de 540 à la fin : $\theta = 6.05$.

transverse de lasers à semi-conducteurs [Barland 2002] et aux solitons de cavité temporels observés le long de la propagation dans des cavités optiques non linéaires passives [Leo 2010]. Ces solitons proviennent de la bistabilité optique causée par le forçage et la non linéarité du milieu, et sont constitués par des fronts connectant les deux états stables. Le modèle FCGL contient les ingrédients nécessaires à la formation de telles structures, et nous montrons de quelle manière elles prennent place dans le système.

La figure 4.14 présente l'existence de ces structures et leur évolution en fonction du paramètre de contrôle θ . Elles sont créés en utilisant la même condition initiale que pour générer les solitons de phase, soit une rotation de phase de 2π . Le diagramme spatio-temporel (4.14a) et les profils d'intensité et de phase (4.14b) montrent la coexistence de cinq solitons de cavité stables, positionnés initialement à des distances arbitraires. Après un léger ajustement dans leur position, ils trouvent une trajectoire parfaitement verticale, *i.e.* une vitesse nulle. Nous voyons que la modulation discutée précédemment est toujours présente ici pour la même raison : le nombre de modes constituant la base sur laquelle nous résolvons l'équation est fini et trop faible. Le profil d'intensité des solitons indique qu'ils sont symétriques et qu'ils ont une forme parfaitement identique. La phase nous confirme que les deux

états coexistants sont accrochés au forçage, à une phase différente. Ce régime est obtenu pour un champ injecté très fort, $y = 4.88$, un désaccord $\theta = 5.82$ et le pompage μ est choisi de manière à placer le laser sous son seuil d'émission. La valeur n'est pas du tout critique, au point que les solitons et tous les comportements observés dans la figure 4.14 existent aussi au dessus du seuil ($\mu > 1$). Si le pompage est très haut, nous verrons apparaître du désordre sur l'état du bas, mais l'état haut reste accroché, et les solitons sont toujours stables.

Dans cette simulation, nous démontrons la stabilité des solitons de cavité et le fait que la vitesse des fronts varie avec le désaccord en fréquence avec le forçage. En partant de la condition initiale où les cinq solitons existent, nous diminuons puis augmentons la valeur de θ pour changer le rapport de stabilité entre les deux états (haut et bas). A la ligne 350 nous plaçons instantanément le désaccord à $\theta = 5.425$ et la taille des solitons commence à croître. Les profils d'intensité indiquent que la croissance se fait de manière symétrique entre la droite et la gauche des solitons. L'évolution du système va vers l'augmentation de la proportion de l'espace occupé par l'état haut. Les petits domaines finissent par se rassembler au fur et à mesure qu'ils se rapprochent et nous voyons (à partir de 420) qu'un seul domaine reste présent. Avant qu'il n'occupe tout l'espace, nous rétablissons le désaccord à sa valeur initiale $\theta = 5.82$ (ligne 480) résultant en la conservation de la taille du domaine. Pour cette valeur de désaccord, les fronts délimitant les deux domaines trouvent se bloquent car la différence de vitesse entre les fronts et la modulation est suffisamment faible. Nous observons ici la transition d'accrochage des fronts. En effet les fronts ne se déplacent pas, ce qui a pour effet de figer le système dans la situation dans laquelle il se trouve. Nous pouvons ainsi observer toutes les situations entre celle où l'état bas remplit tout l'espace et celle où l'état haut remplit tout l'espace, et de cette manière, les solutions à zéro, un, deux et n maxima sont équivalentes. Comme dans la description faite dans [Coullet 2000] où les structures localisées sont formées des connexions entre un état uniforme et un état modulé spatialement, nous voyons que les fronts se bloquent à des distances discrètes, formant des structures stables dont la taille vaut un nombre entier de périodes de modulation.

Ces solitons sont intrinsèquement très différents des solitons de phase, sujet principal d'étude dans ce chapitre, car ils n'ont pas de charge chirale mais sont au contraire accrochés au forçage. Le mécanisme de formation des ces objets est donc très différent comme nous l'avons vu. Une caractéristique importante des solitons de cavité est qu'ils ont une vitesse nulle dans l'espace. Leur mouvement est possible sous l'application de gradient dans l'espace ([Firth 1996]), mais nous voyons que varier le désaccord change la vitesse des fronts sans que le centre de masse de la structure soit impacté. A l'opposé, les solitons de phases sont intrinsèquement mis en mouvement par le fait qu'ils transportent une charge chirale. L'existence de ces deux types de structures localisées dans le modèle FCGL est très intéressant car nous avons d'un côté des objets non chiraux, et de l'autre des objets chiraux. De manière analogue aux murs d'Ising et murs de Bloch, la transition Ising-Bloch doit être observable dans ce système [Coullet 1990]. C'est lors de cette transition que les fronts acquièrent une charge chirale et une vitesse associée à cette charge.

Expérimentalement nous n'avons pas observé de solitons de cavité temporels, et nous pensons que la puissance d'injection maximale que nous avons ne nous permet pas d'obtenir un tel régime. Une autre condition nécessaire à la formation de ces structures est que le temps de relaxation du champ doit être beaucoup plus grand que celui des porteurs de charge [Columbo 2006]. Nous avons vu que les temps caractéristiques satisfont qualitativement cette condition dans notre laser en anneau (voir chapitre 3, section 3.2.2 page 49) mais qu'une cavité plus grande soit nécessaire pour que des structures se forment le long de la propagation.

La particularité de notre système est le fait que l'extension spatiale soit réalisée le long de la propagation. Nous avons vu que la symétrie $\eta/ - \eta$ est rétablie dans le modèle FCGL par le fait que le milieu est rendu instantané, ayant pour conséquence de stabiliser les solitons de phase dont la charge chirale est négative. Ceci se retrouve aussi dans la croissance des domaines présentés dans la figure 4.14. Lorsque la vitesse des fronts est non nulle, ils se déplacent de façon strictement symétrique à droite et à gauche alors que si la symétrie est brisée, un des deux fronts doit se décrocher d'abord. Cette asymétrie dans le décrochage des fronts à la modulation a été mise en évidence dans un système bistable à retard et nous confirme que le modèle FCGL possède la symétrie par renversement dans l'espace. Cela signifie que dans l'expérience et dans le modèle complet, nous devrions observer les mêmes types de solutions que celles montrées ici, mais avec un décalage de la transition d'accrochage entre les fronts droits et les fronts gauches.

Les modèles numériques ont permis de comprendre d'avantage le mécanisme de formation des solitons de phases dont nous avons étudié les propriétés au début de ce chapitre. Le modèle complet reproduit parfaitement les résultats expérimentaux et sa réduction en une équation de type Ginzburg-Landau complexe forcée montre la généralité des résultats. Au delà de la connexion avec la famille des oscillateurs forcés, le modèle réduit a permis de mettre en évidence que la brisure de symétrie par renversement dans l'espace est causée par la non instantanéité du milieu. Le contrôle des paramètres a permis de vérifier que la charge chirale impose une vitesse (dépendante de la charge) aux solitons, et que le désaccord fait varier cette vitesse de manière continue. Nous avons vu par ailleurs que la modulation apparaissant sur l'état accroché brise la symétrie par translation continue dans l'espace, impactant les interactions entre solitons dès lors qu'ils coexistent dans l'espace.

4.4 Interactions et dynamique de solitons de phase

Après avoir étudié les caractéristiques des solitons de phases observés expérimentalement, nous avons analysé deux modèles différents confirmant leur existence dans notre système, et prouvant qu'ils constituent des structures localisées dans la phase du champ électrique. Du fait de la complexité de la structure spectrale du laser en anneau et de la dynamique lente causée par la variable thermique (voir chapitre 3, section 3.3.3.2, page 69), nous ne sommes pas capables de donner les valeurs des paramètres lors de l'observation des solitons. En revanche, le système de détection

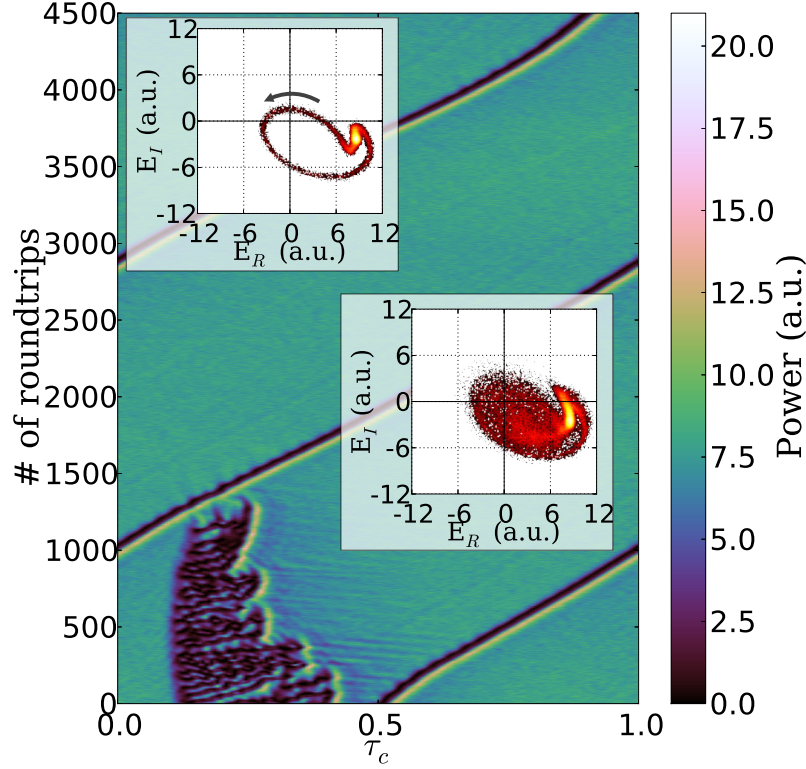


FIGURE 4.15 – Collision entre un soliton de phase de charge +1 et un domaine turbulent. La trajectoire de la phase parcourue pendant les 500 premiers et 500 derniers tours de cavité est représentée dans les panneaux intégrés, respectivement en bas et en haut.

nous permet d’acquérir des données longues comparées aux temps caractéristiques du système, et nous offre des observations spectaculaires. Dans cette section nous témoignons, à travers différentes observations, de la dynamique des solitons de phase. Nous verrons qu’ils possèdent des comportements semblables à des particules qui interagissent avec leur voisins à travers le milieu dans lequel elles vivent.

4.4.1 Collisions entre structures cohérentes et incohérentes

La figure 4.15 expose une situation où un soliton de phase de charge +1 et un domaine turbulent coexistent et finissent par entrer en collision. Au tout début, le domaine turbulent occupe environ un tiers de l’espace et le soliton est placé sur sa droite. Le domaine est borné par deux fronts dont les positions ne sont pas bloquées et voit donc sa taille évoluer en fonction du temps. Nous voyons que le domaine se contracte au fur et à mesure que son bord droit se rapproche du bord gauche. Le soliton se déplace vers la droite et s’éloigne du bord droit du domaine turbulent, puis se rapproche à nouveau du domaine par l’autre côté (gauche) aux environs de la ligne 1250. Lorsque les deux objets sont suffisamment proches, ils entrent en collision et le

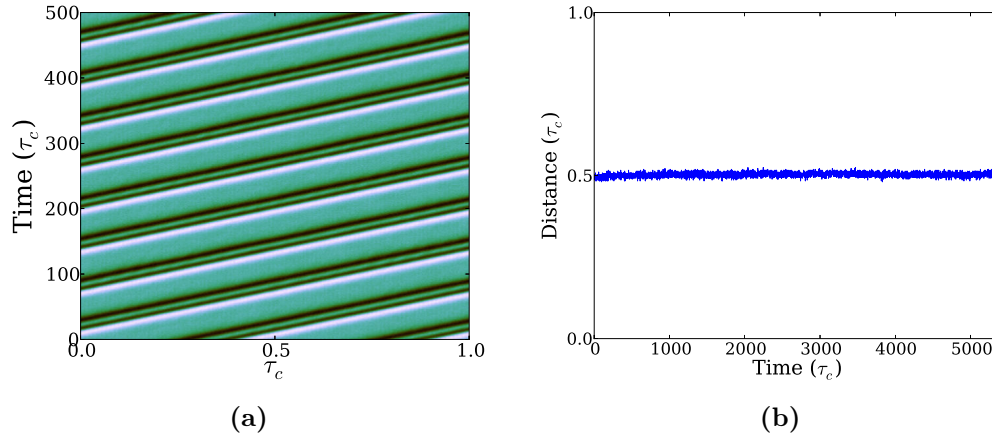


FIGURE 4.16 – Evidence d’une force répulsive entre deux solitons de charge double. **(a)** Diagramme spatio-temporel montrant la propagation sur $500 \times \tau_c$ des deux solitons et **(b)** la distance (en unité de τ_c) mesurée entre ces deux solitons sur $5300 \times \tau_c$ fixée à $\tau_c/2$.

soliton survit alors que le domaine turbulent disparaît. Les deux panneaux intégrés montrent l’évolution de la phase dans le plan complexe du champ électrique pour les 500 premiers et 500 derniers tours de cavité, visibles dans le diagramme spatio-temporel. Le domaine turbulent est un objet incohérent, dans le sens où la phase n’est pas contrainte et suit une trajectoire très désordonnée. Après la collision, la trajectoire de la phase est parfaitement définie et correspond à celle du soliton qui se propage alors seul dans l’espace.

Cette observation montre que la charge chirale portée par les solitons de phase leur offre une résistance face aux collisions avec des structures incohérentes. Le fait que le domaine turbulent soit constitué de nombreuses fréquences dont les phases sont libres, en fait un objet malléable dont la dimension peut varier. Au contraire, les solitons de phase sont des objets dont la forme est fixée par la structure de l’espace des phases, et sont ainsi très rigides.

La charge chirale contenue dans ces solitons ne peut disparaître que de deux manières différentes. La première est de faire passer le système par l’origine (dans le plan complexe), *i.e.* faire tomber localement l’intensité à zéro, et la deuxième réside dans l’interaction avec une charge de signe opposé [Argentina 1997]. Nous avons vu que des solitons de charge négative ne sont pas stables dans notre système expérimental, mais rien n’empêche que la phase effectue des rotations dans le sens négatif à l’intérieur de l’état turbulent. Ainsi, un soliton entrant en collision avec un domaine turbulent au moment où une charge négative est présente, peut résulter en la disparition du soliton. Comme la dynamique de phase dans un domaine turbulent est désordonnée, les charges négatives ont un temps de vie court et la probabilité que les deux événements arrivent en même temps est faible, mais n’est pas nulle.

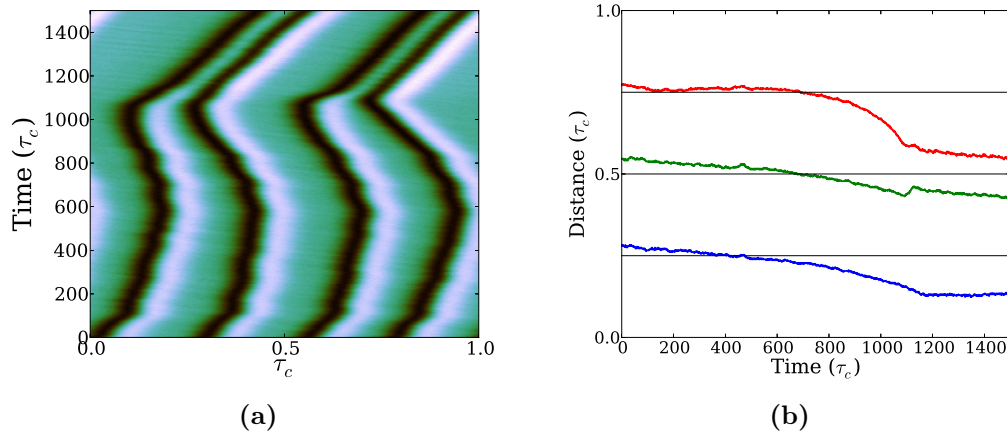


FIGURE 4.17 – Agrégation de solitons de phase et évidence de la diminution de la vitesse avec la charge. **(a)** Diagramme spatio-temporel montrant l'évolution des quatre charges chirales sur $1500 \times \tau_c$, le référentiel est ajusté en prenant 367 points par tour de cavité (au lieu de 364) pour rendre les trajectoires plus verticales et mieux rendre compte de leur évolution. **(b)** Evolution des distances (en unité de τ_c) relatives au premier soliton en partant de la gauche, les distances étant mesurées sur les minima d'intensité pour permettre la continuité avec la transition apparaissant en 1100.

4.4.2 Interactions entre solitons

Nous allons à présent explorer différents cas d'interactions entre solitons. Rappelons que plusieurs solitons peuvent coexister dans l'espace, qu'ils peuvent avoir des charges chirales différentes impliquant des vitesses de propagation différentes, et qu'ils sont résistants face aux collisions. Lorsque des solitons possèdent la même charge, ils se propagent à la même vitesse, et ont donc des trajectoires parallèles dans l'espace. Nous pouvons voir dans la figure 4.16a que deux solitons de charge +2 se propagent côte-à-côte en ligne droite créant un motif très figé. En suivant leur distance en fonction du temps (4.16b), nous voyons qu'elle est constante et vaut exactement la moitié de la longueur de la cavité. Les deux solitons sont répartis de sorte à maximiser leur distance qui est parfaitement fixée sur les 5300 tours de cavité présentés ici. Ce comportement laisse penser que les deux solitons se repoussent jusqu'à trouver des positions où la force de répulsion est équilibrée de part et d'autre. Les simulations numériques menées sur le modèle FCGL nous ont permis de comprendre que la modulation générée à côté des solitons peut les bloquer à des distances fixes (section 4.3.2.4, page 109). Nous n'avons aucune évidence de la présence de cette modulation ici, mais il est possible qu'elle soit très faible et dissimulée dans le bruit de la détection. Si la modulation est présente, elle peut être responsable du fait que la distance entre les solitons ne varie pas. D'un autre côté, la distance est fixée parfaitement à la moitié de la longueur du système, et l'interprétation la plus plausible est que les solitons sont libres de se déplacer et d'ajuster leur distance.

Les solitons de phase sont robustes face à des variations de paramètres et nous savons que leur zone de stabilité croît fortement avec le pompage du laser en

anneau. Comme nous travaillons à environ 10 % au dessus du seuil, il nous est possible de voir la propagation de solitons perturbée par des variations de désaccord causées par la variable thermique. Dans la figure 4.17, nous avons un exemple d'une telle variation, amenant des solitons de charge +1 à se regrouper deux à deux pour former des solitons de charge +2. Le diagramme spatio-temporel (4.17a) montre que le système contient au début quatre solitons dont les distances (tracées en 4.17b) sont à peu près équivalentes à $\tau_c/4$. Nous identifions une modification des paramètres (variation du désaccord) au cours de cette acquisition par le changement de vitesse que subissent les 4 solitons (de manière identique). Cette variation de désaccord pousse ensuite les solitons à s'agréger deux à deux pour former des solitons plus lourds, de charge +2. L'évolution des distances indique que les deux solitons créés se positionnent à une distance correspondant à la moitié de la cavité, caractéristique d'une interaction répulsive. La ligne bleue correspond à la distance entre le soliton n°1 (tout à gauche) et le soliton n°2. Nous voyons que la distance est fixe à partir de $1150 \times \tau_c$ et correspond à la distance entre les deux minima du soliton de charge +2. Les courbes vertes et rouges correspondent respectivement aux distances entre le premier soliton et les solitons n°3 et n°4. Ces deux courbes continuent à décroître de $1100 \times \tau_c$ à $1500 \times \tau_c$ montrant que les solitons n'ont pas encore trouvé leur position d'équilibre. En revanche la distance entre ces deux courbes est bloquée et équivaut exactement à celle entre les solitons n°1 et le n°2. Le changement de vitesse brutal qui intervient lors de l'agrégation nous permet au passage de voir que la vitesse des solitons est dépendante de leur charge chirale : la vitesse des solitons décroît lorsque la charge augmente. Bien que les simulations numériques du modèle FCGL indiquent le contraire, nous en avons ici une preuve expérimentale. Nous pouvons exclure le fait qu'une variation de désaccord soit responsable de ce changement de direction car les temps caractéristiques sont très différents.

L'agrégation de solitons de phase est un phénomène très intéressant car nous sommes ici en train d'observer des comportements de type particulière avec des objets constitués par un saut de phase dans le champ électromagnétique du laser. En prenant le contrôle du désaccord, nous pouvons observer des particules de phase optique qui se repoussent ou se regroupent, dépendant des contraintes que nous leur infligeons.

Une observation très surprenante montrant l'aspect particulière des ces solitons de phase est présentée en figure 4.18. Dans cette situation, trois charges chirales co-existent dans la cavité et se déplacent les unes par rapport aux autres, entraînant des collisions. Afin de visualiser aisément l'évolution des trajectoires nous modifions le référentiel en choisissant 366.6 points par tours de cavité au lieu de 364, ayant pour conséquence de rendre les trajectoires plus verticales. En partant du bas du diagramme spatio-temporel, un soliton de charge +1 est au milieu et un soliton de charge +2 (constitué de deux charges) se propage sur sa droite avec une vitesse inférieure. Ce soliton de charge +2 se sépare en deux pour former deux solitons de charge +1 (vers la ligne 200) dont celui de droite va pousser le soliton (de charge

+1) initialement placé au centre de la cavité. Ce dernier sort donc du diagramme par le bord droit et rentre par la gauche (en 950) où il s'associe avec le soliton le plus proche pour former un nouveau soliton de charge +2. A ce stade, le soliton léger (charge +1) se propageant plus vite que le soliton lourd (charge +2), va le percuter (en 1300) et une charge chirale se fait expulser sur la gauche. Avec les conditions aux bords périodiques, les solitons légers se déplaçant toujours vers la gauche dans ce référentiel vont tour à tour percuter le soliton lourd et nous voyons apparaître un échange permanent de charges. Le système contient toujours un soliton lourd et un soliton léger, mais les charges contenues par ces solitons sont échangées à chaque collision.

L'interaction entre solitons de phase que nous observons ici est semblable, en première approximation, au comportement bien connu des billes dans un pendule de Newton. Le principe est que la conservation du moment impose que toute l'énergie cinétique d'une (ou plusieurs) bille(s) soit transmise lors de la collision. Dans le pendule de Newton, les billes font des aller-retour et conservent les mêmes voisins au cours du processus. Pour que l'image corresponde d'avantage aux conditions aux bords de notre système, nous pouvons imaginer un pendule contenant trois billes fixées sur le même point. Si une bille est lancée avec suffisamment de vitesse, elle effectuera une rotation entière alors que les deux autres sont à l'arrêt en bas. Ainsi, une bille éjectée parcourt tous les angles jusqu'à ce qu'elle entre en collision avec la première bille du bas, éjectant la seconde, et ainsi de suite en échangeant tour à tour de voisin. Dans l'observation montrée en 4.18, ce qui est remarquable est que le centre de masse du soliton lourd est déplacé vers la droite après chaque collision. Ceci est dû à un décalage de phase induit par la collision, qui est une propriété spécifique des interactions entre solitons [Kivshar 1989].

Nous pouvons identifier une variation du désaccord entre le début et la fin de la mesure par le changement de la vitesse d'ensemble. L'évolution des distances relatives, présentée en 4.18b (haut), indique que les interactions ne sont pas vraiment impactées par cette variation de désaccord mais que seul le mouvement d'ensemble présente une différence. Ces distances étant faites dans le référentiel d'un des soliton, nous voyons à partir du 1000^{ème} tour de cavité un motif périodique correspondant aux collisions successives. Les plateaux présents en haut et en bas correspondent aux moments où le soliton de référence est groupé avec un deuxième dans un soliton de charge +2. Les croissances/décroissances des distances correspondent alors aux moments où les solitons se déplacent les uns par rapport aux autres. Lorsque les deux courbes croissent en parallèle (par exemple de 1300 à 1600) le soliton de référence est seul et parcourt tout l'espace jusqu'à se rapprocher du soliton lourd (charge +2) et entrer à nouveau en collision. Notons que toutes les pentes sont identiques, au signe près, prouvant que la vitesse relative des solitons de charge +1 et +2 est conservée tout au long des interactions. En traçant la distribution de toutes les distances durant les 5000 tours de cavité (4.18b bas) nous voyons que la distance la plus faible est la plus favorable. Elle correspond à la distance entre les deux minima contenus dans le soliton lourd. La distance la plus probable d_p vaut 13% de la longueur de la cavité et correspond à une durée d'environ 500 ps. Les lignes noires horizontales

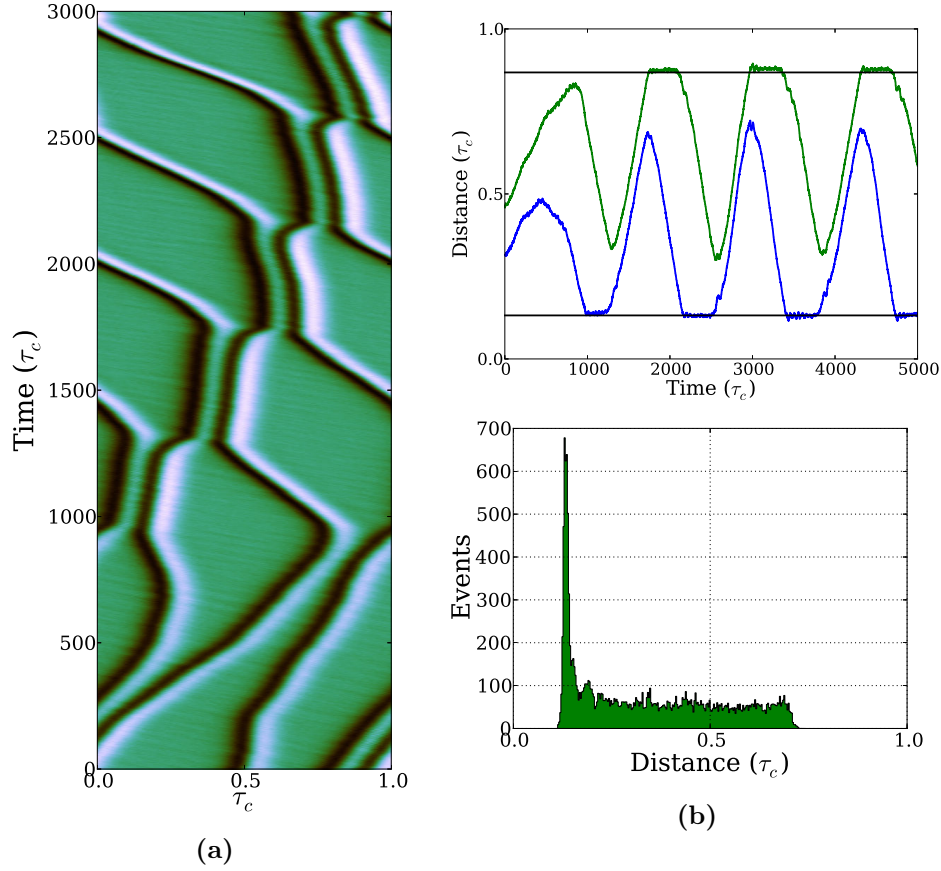


FIGURE 4.18 – Collisions entre solitons de charge +1 et +2 montrant l’échange de charges chirales. **(a)** Evolution sur 3000 tours de cavité dans un référentiel modifié pour faciliter la visualisation : 366.6 points par tour de cavité. **(b)** Distances relatives au soliton placé en $\tau_c/2$ au temps zéro mesurées sur les minima d’intensité sur 5000 tours de cavité. Les courbes bleue et verte correspondent respectivement aux distances avec les deux minima consécutifs en se déplaçant vers la droite. **(c)** Distribution des distances entre les minima consécutifs indiquant une distance minimale entre les charges chirales.

tracées avec les courbes de distances sont placées respectivement aux valeurs d_p et $(\tau_c - d_p)$ en bas et en haut. Le reste de la distribution est quasiment uniforme et s’arrête à une valeur équivalente à $(\tau_c - 2d_p)$ du fait que nous regardons ici les distances entre les minima consécutifs. La distance maximale correspond donc au cas où le soliton léger s’approche du soliton lourd, juste avant la collision. Les trois minima sont très proches les uns des autres, mais la distance complémentaire est maximale et vaut donc la taille du système (τ_c) moins deux fois la distance minimale (d_p).

En regardant attentivement la distribution des distances, nous distinguons un petit pic pour des valeurs légèrement supérieures à d_p . Pour comprendre d’où provient cette valeur, nous pouvons nous référer aux courbes des distances. Après chaque plateau, lorsque la distance augmente (courbe bleue) ou diminue (courbe verte),

nous distinguons des pas dont la distance au plateau correspond au deuxième pic dans l'histogramme. Nous pensons que c'est la présence d'une faible modulation sur l'état accroché qui perturbe les trajectoires, de la même manière que dans la figure 4.13 (page 110). L'amplitude étant suffisamment faible pour ne pas être perceptible dans le profil d'intensité, elle impacte très peu les interactions entre solitons. Nous voyons que les distances ne sont affectées que d'un côté alors que nous pourrions nous attendre à ce que ce soit symétrique. Les observations indiquent que l'amplitude de modulation est plus grande à gauche du soliton lourd que sur sa droite.

Dans cette succession de collisions entre solitons de phase de charges différentes, nous avons déterminé que le mécanisme principal qui régit leur mouvement est la dépendance de la vitesse avec la charge. Dans certain cas, la modulation peut peut-être jouer un rôle plus important en fixant les solitons à des distances discrètes, mais nous avons vu qu'elle semble jouer un rôle minime dans le système expérimental.

4.4.3 Génération spontanée de solitons

Nous avons décrit les solitons de phase comme des tours de phase piégés dans un état uniforme, lui même synchronisé au forçage. Les modèles numériques nous ont permis de confirmer ces interprétations en offrant la structure de l'espace des phases correspondante. Les observations que nous étudions dans cette partie montrent que les solitons peuvent aussi exister si l'état uniforme n'est plus stable mais subit l'influence de l'instabilité de phase. Nous verrons que non seulement les solitons sont stables, mais la charge chirale qu'ils portent peut être créée grâce à l'instabilité de phase, donnant ainsi la possibilité de voir des solitons se créer spontanément.

La figure 4.19 présente une observation dans laquelle le système est à l'origine dans l'état où l'instabilité de phase déstabilise légèrement l'état accroché. Dans ce régime, le laser en anneau est toujours accroché au forçage mais l'instabilité de phase fait qu'il n'est pas complètement synchronisé. Ceci a pour conséquence d'offrir une certaine liberté à la phase autour de la position du point fixe, mais elle reste tout de même bornée. L'intensité se voit ainsi modulée de façon irrégulière comme le montrent les 300 premiers tours de cavité dans la figure 4.19a (gauche).

Nous assistons alors à la génération spontanée d'un soliton de phase de charge +1. Une fois créé, il modifie légèrement sa forme et sa vitesse, puis se propage dans l'espace selon le schéma observé précédemment. Le diagramme spatio-temporel au centre est la suite directe du diagramme de gauche, *i.e.* la première ligne correspond au tour de cavité 801 de la mesure complète. Environ 1000 tours de cavité après la création du premier soliton, nous voyons qu'un deuxième soliton est créé (autour de la ligne 300). Outre le fait de confirmer, au sein de la même mesure, la génération spontanée des solitons, nous avons l'opportunité d'observer comment ces deux solitons se comportent en présence de l'instabilité de phase. Le deuxième soliton est très proche du premier au début, puis s'écarte doucement jusqu'à que les deux solitons se répartissent équitablement dans la cavité. Dans le diagramme de droite, nous voyons la propagation des solitons dans l'état final (une fois les distances équilibrées). La première ligne de ce diagramme spatio-temporel correspond au tour de cavité 3001 (de la mesure complète), ce qui signifie que nous avons sauté 1400 tours après la fin

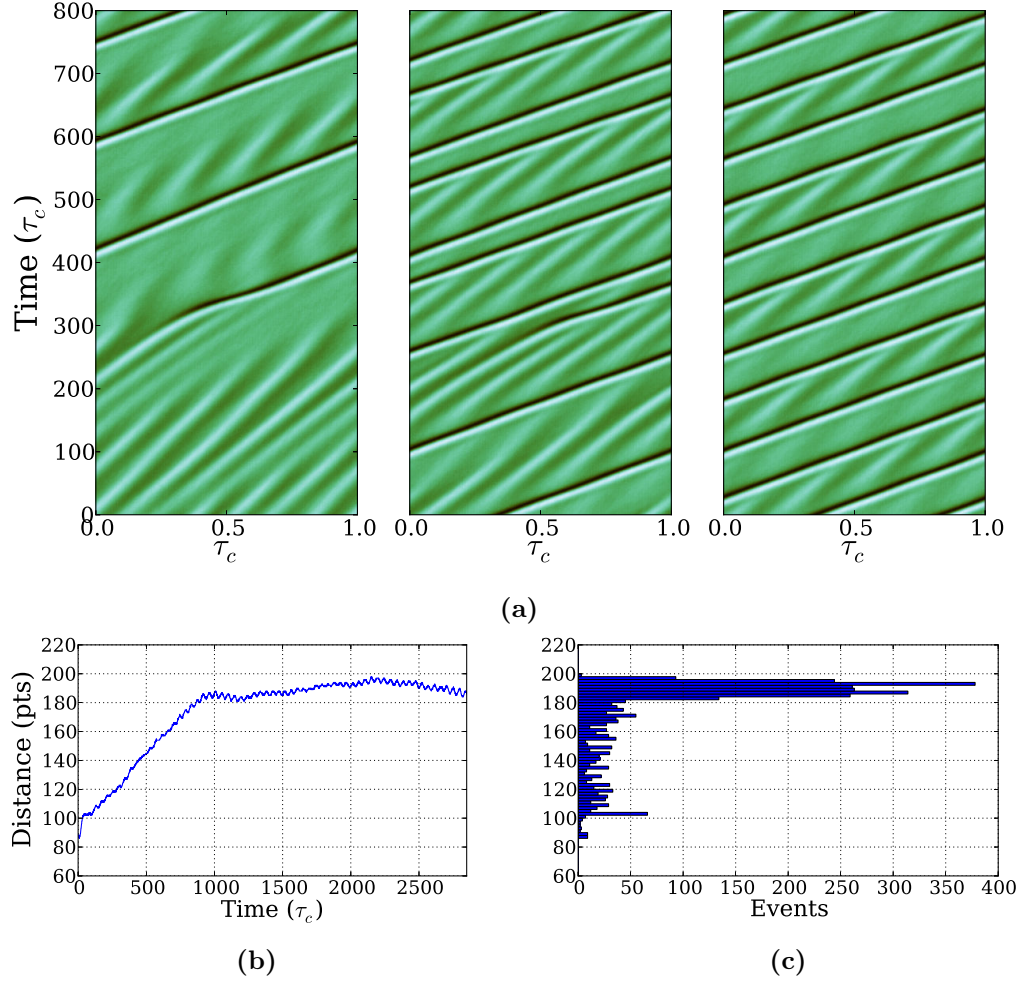


FIGURE 4.19 – Génération spontanée de deux solitons de phase à partir de l’instabilité de phase et interaction répulsive entre ces solitons. **(a)** Diagrammes spatio-temporels montrant l’évolution sur 800 tours de cavité de la génération d’un soliton (gauche), un deuxième sur sa droite (milieu), puis leur répartition équidistante. Les trois panneaux débutent respectivement aux temps 0, 800 et 3000. **(b)** Evolution de la distance entre les deux solitons : le temps zéro correspond au moment où le deuxième soliton est créé (ligne 300 du panneau diagramme central). **(c)** Distribution des distances correspondantes.

du diagramme du milieu.

L'évolution de la distance entre les deux solitons est tracée en 4.19b. Ils sont à l'origine à une distance de 85 points, soit environ 22% de la longueur de la cavité, puis s'écartent très rapidement tant que le deuxième soliton n'est pas arrivé à son état stationnaire. Une fois le deuxième soliton formé, leur distance croît linéairement jusqu'à atteindre la moitié de la longueur du système (182 points) et finit sur un plateau. Tout au long de l'évolution nous pouvons distinguer une modulation autour de la tendance générale que nous venons de décrire. Cette modulation de fréquence 6 MHz semble provenir de l'interaction entre les solitons et la modulation de la phase dans l'état oscillant qui remplace l'état uniforme. En effet nous n'avons vu aucune oscillation dans les distances entre solitons dans tous les autres régimes présentés jusqu'ici. Durant la phase de croissance de la distance (jusqu'au 1000^{ème} tour de cavité), la modulation n'affecte que peu le mouvement des solitons, mais ça n'est apparemment pas le cas lorsqu'elle arrive sur le plateau. Nous voyons que les solitons ne restent pas strictement à la distance $\tau_c/2$ mais dérivent très doucement jusqu'à atteindre presque 200 point puis revenir. La distribution des distance (figure 4.19c) indique le nombre de tours de cavités (axe horizontal) pendant lesquels les solitons se trouvent à une distance donnée (axe vertical) sur toute la progression montrée en 4.19b. La valeur moyenne obtenue, si nous nous restreignons à ce qui se passe une fois le plateau atteint est à (189 ± 4) . Le diagramme spatio-temporel de droite montre que la modulation est très atténuée derrière un des deux solitons, et n'existe donc principalement que devant ce dernier. Nous n'avons aucune interprétation physique à cette observation, mais ceci crée forcément une asymétrie entre la force vue à l'avant et l'arrière par le soliton. Nous pensons que ceci est responsable du fait que la distance ne se bloque pas exactement à $\tau_c/2$ ($= 182$ points) comme le montrait la figure 4.16.

La génération spontanée des solitons de phase grâce à l'instabilité de phase offre alors une deuxième façon de les créer expérimentalement. Nous avons vu dans le chapitre 3 (en section 3.4 page 77) que le régime d'instabilité de phase était à l'origine d'événements extrêmes portant une charge chirale. Après l'observation présentée dans la figure 4.19, nous pensons que ces événements extrêmes sont en fait des solitons de phase générés dans un régime où ils ne sont pas stables. Le mécanisme de formation est identique, mais ils ont un temps de vie fini. Ce résultat est très intéressant car il fait le lien entre le régime accroché dans lequel des solitons de phase peuvent exister, et l'instabilité de phase générant des événements extrêmes portant une charge chirale. Le pas intermédiaire constitué par la génération et la stabilité des solitons de phases dans le régime d'instabilité de phase donne en plus de ces observations fabuleuses, l'information que ces deux régimes sont voisins dans l'espace des paramètres. Nous pouvons alors décrire les événements extrêmes observés comme des solitons de phase instables, générés spontanément en présence de l'instabilité de phase.

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons démontré l'existence de solitons de phase dissipatifs dans un laser à semi-conducteur étendu le long de la propagation. Ces solitons sont constitués d'un saut de phase connectant l'état accroché à lui même. Contrairement aux solitons dissipatifs observés jusqu'ici (spatiaux [Barland 2002, Tanguy 2006] ou temporels [Del'Haye 2007, Leo 2010]), qui se forment dans l'intensité du champ électrique, les solitons de phase présentés dans ce chapitre sont intrinsèquement localisés dans la phase du champ. Ils font partie d'une grande classe de solitons se formant dans les milieux oscillants soumis à un forçage périodique. La modélisation du système expérimental par des équations de Maxwell-Bloch, adaptées pour prendre en compte les spécificités de l'expérience (géométrie de la cavité, matériau semi-conducteur), a permis de confirmer notre interprétation des observations expérimentales. En plus de nous fournir la structure de l'espace des phases, le modèle complet peut être réduit à une équation unique pour le champ en éliminant adiabatiquement la polarisation et les porteurs de charge. Cette équation prenant la forme d'une équation de Ginzburg-Landau complexe forcée, nous pouvons faire une connexion directe entre nos observations et les structures localisées décrites dans [Chate 1999, Coullet 1998, Longhi 1998].

Du fait de la rotation de phase, les solitons transportent une charge chirale qui leur impose une vitesse de propagation dans l'espace. Comme cette vitesse dépend de la charge, les solitons lourds (forte charge) se propagent plus lentement que les solitons légers (faible charge). Le système souffrant de la brisure de symétrie $z/-z$, tous les solitons observés possèdent une charge chirale positive. L'origine de cette brisure de symétrie est attribuée au caractère non-instantané du milieu actif grâce à la comparaison entre le modèle réduit (rendu instantané), dans lequel les deux signes existent, et le modèle complet (et l'expérience) pour lequel les solitons chargés négativement sont instables. La coexistence de plusieurs solitons dans l'espace permet non seulement de confirmer leur indépendance, mais aussi d'explorer leurs interactions. Nous avons reportés des régimes où des solitons de charge identique s'agrègent pour faire un soliton plus lourd, ou encore exercent une force répulsive l'un envers l'autre tendant à maximiser leur distance. En présence de solitons de charges différentes, les vitesses étant intrinsèquement différentes, nous pouvons observer des collisions dans lesquelles apparaissent notamment des interactions attractives à courte portée. Les interactions présentent entre les solitons nous permet de les regarder comme des particules de phase optique, qui vivent dans un espace 1D irréversible, avec des conditions aux bords périodiques.

Conclusion

Les études présentées dans cette thèse portent sur les phénomènes de synchronisation dans des systèmes oscillants étendus le long de la propagation, et leur lien avec la formation de solitons dissipatifs. Pour répondre à la problématique, nous avons réalisé deux systèmes expérimentaux qui diffèrent par la présence ou l'absence d'un forçage externe.

Dans le chapitre 2, le système étudié est un laser à semi-conducteur présentant une extension spatiale transverse, selon laquelle se forment des solitons de cavité (localisation 2D), et une extension longitudinale suivant laquelle les solitons peuvent avoir des comportements dynamiques divers. Nous avons montré comment les conditions d'accord en fréquence entre le gain et la cavité externe permettent d'observer une émission sur une ou plusieurs fréquences. Lorsque plusieurs fréquences sont en jeu, elles peuvent prendre des phases différentes ou se synchroniser entre elles pour former un état très robuste et ordonné. Le régime où les phases des modes longitudinaux se synchronisent a été interprété comme un régime de verrouillage de mode. Ainsi, la formation d'une ou deux impulsions dans la dimension longitudinale du système peut être vue que une auto-organisation menant à la formation de solitons dissipatifs temporels. Ces résultats peuvent être considérés comme la localisation temporelle de solitons de cavité, constituant alors la première observation d'objets présentant une forme de localisation dans les trois dimensions de l'espace. Comme les régimes de verrouillage de modes observés sont le résultat de la synchronisation de très peu de fréquences (3 à 5), nous n'affirmons pas avoir observé des balles de lumières. En revanche, nous sommes convaincus que les régimes observés constituent une base pour la localisation tri-dimensionnelle de la lumière. Afin de remédier au faible nombre de fréquences qui prennent part à la dynamique, nous pouvons allonger la cavité externe. En diminuant l'espacement entre modes longitudinaux, il en rentre un nombre plus grand dans la bande de réflexion du VBG.

Les deux chapitres suivant (3 et 4) sont dédiés à l'étude d'un système expérimental différent, composé d'un laser en anneau comprenant uniquement une extension longitudinale, et forcé par une injection externe. La cavité du laser étant très longue, la base de modes sur laquelle le champ peut évoluer est très grande, ce qui se caractérise par la formation de structurations spatio-temporelles complexes, à des échelles très petites comparée à la longueur du système. Nous avons réalisé une étude avancée permettant de comprendre l'agencement des nombreux régimes, en fonction des paramètres. Parmi tous les régimes observables, la coexistence de

domaines synchronisés au forçage avec des domaines turbulents a particulièrement attiré notre attention. Effectivement, ce régime présente des caractéristiques génériques des oscillateurs étendus, et offre la possibilité au système d'être partiellement synchronisé au forçage. Lors de la contraction de domaines turbulents, nous avons observé que des tours de phase peuvent se retrouver piégés dans l'état accroché, formant alors les solitons de phase dissipatifs étudiés en détail dans le chapitre 4. Les solitons de phases reportés constituent la première observation en optique de solitons génériques se formant dans les systèmes oscillants forcés. En étudiant leurs caractéristiques, nous avons compris qu'ils proviennent d'une faute de synchronisation du laser au forçage, formant des objets indépendants et extrêmement robustes. Lorsque plusieurs solitons coexistent dans l'espace, nous avons montré qu'ils interagissent : ils peuvent s'agréger ou se repousser lors de collisions. Les propriétés de ces solitons dissipatifs localisés dans la phase du champ électrique, nous poussent à les considérer comme des particules de phase optique. De façon très paradoxale, les travaux menés dans les systèmes quantiques comme les condensats de Bose-Einstein, sont dédiés à l'étude des comportements ondulatoires de la matière, et nous reportons dans cette thèse des interactions entre particules de phase optique.

Dans cette thèse, nous avons étudié d'un côté, des états localisés provenant de la synchronisation spontanée des modes longitudinaux dans un système non forcé, et d'un autre côté, des états localisés dans un système forcé dont l'origine se trouve dans des fautes de synchronisation.

Du fait de leur indépendance, et de leur adressabilité, les solitons dissipatifs ont été proposés comme des bits optiques pour transporter, traiter, ou stocker de l'information. Bien que nous n'ayons pas démontré la possibilité d'écrire ou supprimer les solitons de phases dans le laser anneau, nous pensons qu'ils sont de très bons candidats pour intégrer les communications du futur, qui se tournent vers l'encodage de l'information dans la phase plutôt que dans l'intensité du champ. Du point de vue technique, des objets intrinsèquement composés de phase sont moins coûteux en énergie que des objets formés dans l'intensité. C'est pour cette raison que la recherche dans les télé-communications change d'orientation, et se tourne à présent vers les communications cohérentes. Nous avons montré que les solitons de phase sont très robustes, même face à des collisions avec des états turbulents, et qu'ils peuvent coexister dans la cavité du laser en anneau. La taille minimale des solitons obtenus dans ce système est de 200 ps, mais il est à priori possible de créer des solitons de phases beaucoup plus courts en ajustant les dimensions et paramètres physiques de l'expérience, notamment le temps de vie des porteurs de charge. Le laser en anneau que nous avons étudié a été volontairement rendu encombrant pour obtenir des temps caractéristiques adaptés à une détection en temps réel. Une fois la physique de ces solitons comprise, nous pouvons penser à profiter de l'avantage des lasers à semi-conducteurs d'être intégrables sur des échelles microscopiques. Parallèlement, au laser en anneau sur lequel nous avons principalement travaillé, nous avons réalisé une version fibrée de la cavité en anneau et une version avec une géométrie Fabry-Perot. Dans ces deux autres réalisations du laser forcé étendu le long de la

propagation, nous avons retrouvé l'existence des solitons de phase et nous pensons que leur stabilité en fait des expériences plus propices pour réaliser à l'avenir une mémoire optique.

En plus de stocker de l'information, nous pensons qu'il est possible d'exploiter les interactions entre solitons pour effectuer des portes logiques, et ainsi traiter de l'information codée dans la phase.

Diagrammes spatio-temporels

Nous introduisons dans cette annexe la méthode utilisée pour construire les diagrammes spatio-temporels, et discutons de caractéristiques de cette représentation. Dans les systèmes expérimentaux étudiés dans les chapitres 2, 3 et 4 sont munis d'une extension longitudinale que l'intensité puisse varier en fonction du temps. En utilisant des oscilloscopes rapides (temps-réel), il est possible d'acquérir des traces temporelles très longue reflétant l'évolution du système sur des temps très longs.

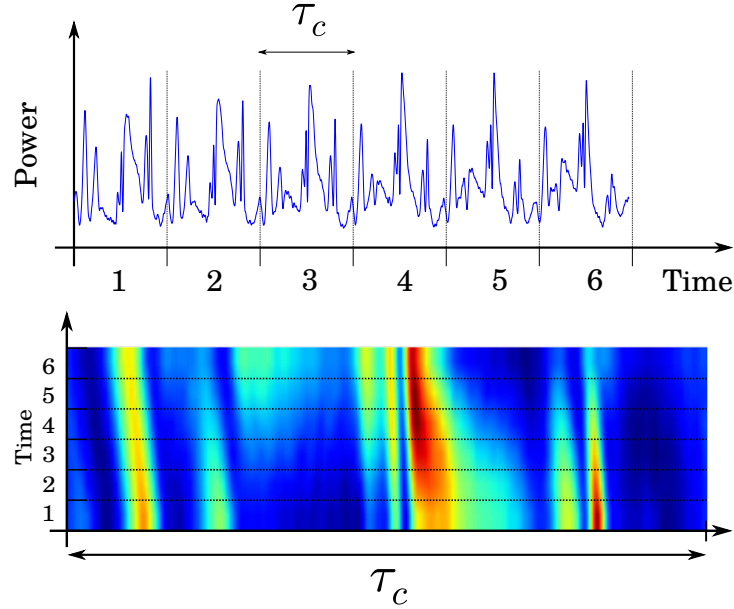


FIGURE A.1 – Diagramme spatio-temporel obtenu à partir d'une trace temporelle. L'exemple présente seulement 6 tours de cavité pour se rendre facilement compte du résultat. l'échelle de couleur code du bleu au rouge pour les puissances croissantes.

Les traces temporelles sont très vite compliquées à comprendre et il devient donc impossible de suivre l'état du système sur les temps longs. Pour résoudre ce problème de représentation, nous avons choisi de représenter les données sous forme de diagrammes spatio-temporels. La longueur de cavité des systèmes que nous étudions impose une périodicité intrinsèque suivant laquelle la dynamique s'organise, et les diagrammes spatio-temporels sont justement construits sur cette périodicité.

En partant d'une trace temporelle, nous devons la couper en segments de longueur τ_c , correspondant au temps que met la lumière à faire un tour de cavité. Il suffit ensuite d'empiler les segments les uns au-dessus des autres pour former le

diagramme spatio-temporel, où la puissance est codée en échelle de couleur. Nous obtenons donc une représentation où l'axe horizontal correspond à la coordonnée longitudinale dans la cavité, et l'axe vertical correspond au temps (discret), en nombre de tours de cavité. Ceci permet donc de séparer clairement les temps caractéristiques courts ($< \tau_c$) des temps longs ($> \tau_c$).

Au delà de manipuler les données pour optimiser la visualisation, cette représentation nous place dans le référentiel tournant à la vitesse de groupe dans la cavité. En parcourant un tour de cavité, nous sommes dans le référentiel de l'onde qui tourne, et nous voyons défiler tous les éléments optiques présents dans la cavité [Longhi 1998, Giacomelli 1994].

L'expérience présentée dans le chapitre 2, possède une cavité relativement courte pour laquelle $\tau_c = 0.7$ ns. Avec un échantillonnage temporel à 100 GHz, nous pouvons les segments selon lesquels nous devons tronquer la trace temporelle mesurent $700 \text{ ps} / 10 \text{ ps} = 70$ points. Le diagramme spatio-temporel correspondant possèdera donc 70 points sur l'axe horizontal. Dans l'expérience étudiée dans les chapitres 3 et 4, la cavité est plus longue, avec $\tau_c = 3.64$ ns, et donc 364 points sur l'axe horizontal des diagrammes.

Bibliographie

- [Adler 1946] Robert Adler. *A study of locking phenomena in oscillators*. Proceedings of the IRE, vol. 34, no. 6, pages 351–357, 1946. (Cited on pages 3 and 112.)
- [Agrawal 1993] GP Agrawal. *NK Dutta in Semiconductor lasers*, 1993. (Cited on page 52.)
- [Akhmediev 2005] Nail Akhmediev and Adrian Ankiewicz. Dissipative solitons, volume 661. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005. (Cited on pages 12 and 46.)
- [Akhmediev 2008] Nail Akhmediev and Adrian Ankiewicz. Dissipative solitons : From optics to biology and medicine, volume 751. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008. (Cited on pages 12 and 46.)
- [Andronov 1973] AA Andronov, EA Leontovich, II Gordon and AG Maier. *Theory of Bifurcations of Dynamic Systems on a Plane*. New York/Toronto, 1973. (Cited on page 3.)
- [Aranson 2002] Igor S. Aranson and Lorenz Kramer. *The world of the complex Ginzburg-Landau equation*. Rev. Mod. Phys., vol. 74, pages 99–143, Feb 2002. (Cited on page 7.)
- [Arecchi 1984] FT Arecchi, GL Lippi, GP Puccioni and JR Tredicce. *Deterministic chaos in laser with injected signal*. Optics communications, vol. 51, no. 5, pages 308–314, 1984. (Cited on page 69.)
- [Argentina 1997] M. Argentina, P. Coulet and L. Mahadevan. *Colliding Waves in a Model Excitable Medium : Preservation, Annihilation, and Bifurcation*. Phys. Rev. Lett., vol. 79, pages 2803–2806, Oct 1997. (Cited on pages 105 and 117.)
- [Arnold 1989] V.I. Arnold. Mathematical methods of classical mechanics. Springer-Verlag New York, 1989. (Cited on pages 3 and 63.)
- [Barbay 2006] S. Barbay, Y. Ménesguen, X. Hachair, L. Leroy, I. Sagnes and R. Kuszelewicz. *Incoherent and coherent writing and erasure of cavity solitons in an optically pumped semiconductor amplifier*. Opt. Lett., vol. 31, no. 10, pages 1504–1506, May 2006. (Cited on page 21.)
- [Barland 2002] Tredicce Jorge R. ; Brambilla Massimo ; Lugiato Luigi A. ; Balle Salvador ; Giudici Massimo ; Maggipinto Tommas ; Spinelli Lorenzo ; Tissoni Giovanna ; Knodl Thomas ; Miller Michael ; Jager Roland ; Barland Stephane. *Cavity solitons as pixels in semiconductor microcavities*. Nature, vol. 419, 2002. (Cited on pages ix, 13, 19, 21, 112 and 124.)
- [Barland 2003] Stéphane Barland, Oreste Piro, Massimo Giudici, Jorge R. Tredicce and Salvador Balle. *Experimental evidence of van der Pol–Fitzhugh–Nagumo dynamics in semiconductor optical amplifiers*. Phys. Rev. E, vol. 68, page 036209, Sep 2003. (Cited on pages 18 and 69.)

- [Beach 2005] Geoffrey SD Beach, Corneliu Nistor, Carl Knutson, Maxim Tsoi and James L Erskine. *Dynamics of field-driven domain-wall propagation in ferromagnetic nanowires*. Nature materials, vol. 4, no. 10, pages 741–744, 2005. (Cited on page 11.)
- [Bonatto 2011] Cristian Bonatto, Michael Feyereisen, Stéphane Barland, Massimo Giudici, Cristina Masoller, José R. Rios Leite and Jorge R. Tredicce. *Deterministic Optical Rogue Waves*. Phys. Rev. Lett., vol. 107, page 053901, Jul 2011. (Cited on pages 9, 60, 69 and 78.)
- [Brambilla 2004] Massimo Brambilla, Tommaso Maggipinto, Giuseppe Patera and Lorenzo Columbo. *Cavity Light Bullets : Three-Dimensional Localized Structures in a Nonlinear Optical Resonator*. Phys. Rev. Lett., vol. 93, page 203901, Nov 2004. (Cited on pages 16, 21 and 42.)
- [Braun 2004] Oleg M. Braun and Yuri Kivshar. The frenkel-kontorova model. Theoretical and Mathematical Physics. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1 édition, 2004. (Cited on pages 8 and 9.)
- [Braza 1990] Peter A. Braza and Thomas Erneux. *Constant phase, phase drift, and phase entrainment in lasers with an injected signal*. Phys. Rev. A, vol. 41, pages 6470–6479, Jun 1990. (Cited on page 65.)
- [Bruice 2007] Paula Y. Bruice. Organic chemistry, volume 46. 4 édition, 2007. ISBN : 9780131407480. (Cited on page 10.)
- [Chate 1999] Hugues Chate, Arkady Pikovsky and Oliver Rudzick. *Forcing oscillatory media : phase kinks vs. synchronization*. Physica D : Nonlinear Phenomena, vol. 131, no. 1-4, pages 17 – 30, 1999. <ce :title>Classical Chaos and its Quantum Manifestations</ce :title>. (Cited on pages 7, 8, 9, 75, 92, 103 and 125.)
- [Chaté 1994a] H. Chaté. *Spatiotemporal intermittency regimes of the one-dimensional complex Ginzburg-Landau equation*. Nonlinearity, vol. 7, no. 1, page 185, 1994. (Cited on page 6.)
- [Chaté 1994b] H. Chaté and P. Manneville. *Spatiotemporal Intermittency*. In Turbulence, , volume 341 of *NATO ASI Series*, pages 111–116. Springer US, 1994. (Cited on page 6.)
- [Childs 2008] Lauren M. Childs and Steven H. Strogatz. *Stability diagram for the forced Kuramoto model*. Chaos, vol. 18, no. 4, 2008. (Cited on page 8.)
- [Chong 2006] Andy Chong, Joel Buckley, Will Renninger and Frank Wise. *All-normal-dispersion femtosecond fiber laser*. Opt. Express, vol. 14, no. 21, pages 10095–10100, Oct 2006. (Cited on page 16.)
- [Columbo 2006] L Columbo, I M Perrini, T Maggipinto and M Brambilla. *3D self-organized patterns in the field profile of a semiconductor resonator*. New Journal of Physics, vol. 8, no. 12, page 312, 2006. (Cited on pages 16, 21, 42, 52 and 115.)
- [Conforti 2015] M. Conforti, A. Mussot, J. Fatome, A. Picozzi, S. Pitois, C. Finot, M. Haelterman, B. Kibler, C. Michel and G. Millot. *Turbulent dynamics of*

- an incoherently pumped passive optical fiber cavity : Quasisolitons, dispersive waves, and extreme events.* Phys. Rev. A, vol. 91, page 023823, Feb 2015. (Cited on page 78.)
- [Coullet 1986] P. Coullet. *Commensurate-incommensurate transition in nonequilibrium systems.* Phys. Rev. Lett., vol. 56, pages 724–727, Feb 1986. (Cited on pages ix, 19, 92 and 103.)
- [Coullet 1989] P. Coullet, L. Gil and J. Lega. *Defect-mediated turbulence.* Phys. Rev. Lett., vol. 62, pages 1619–1622, Apr 1989. (Cited on page 5.)
- [Coullet 1990] P. Coullet, J. Lega, B. Houchmanzadeh and J. Lajzerowicz. *Breaking chirality in nonequilibrium systems.* Phys. Rev. Lett., vol. 65, pages 1352–1355, Sep 1990. (Cited on pages 11, 109 and 114.)
- [Coullet 1998] P. Coullet, D. Daboussy and J. R. Tredicce. *Optical excitable waves.* Phys. Rev. E, vol. 58, pages 5347–5350, Nov 1998. (Cited on pages 92 and 125.)
- [Coullet 2000] P. Coullet, C. Riera and C. Tresser. *Stable Static Localized Structures in One Dimension.* Phys. Rev. Lett., vol. 84, pages 3069–3072, Apr 2000. (Cited on pages 12 and 114.)
- [Coullet 2002] P. Coullet. *Localized patterns and fronts in nonequilibrium systems.* International Journal of Bifurcation and Chaos, vol. 12, no. 11, pages 2445–2457, 2002. (Cited on pages viii, 18 and 73.)
- [de Valcárcel 2003] Germán J. de Valcárcel and Kestutis Staliunas. *Excitation of phase patterns and spatial solitons via two-frequency forcing of a 1 :1 resonance.* Phys. Rev. E, vol. 67, page 026604, Feb 2003. (Cited on pages 11 and 13.)
- [Del’Haye 2007] P Del’Haye, A Schliesser, O Arcizet, T Wilken, R Holzwarth and TJ Kippenberg. *Optical frequency comb generation from a monolithic microresonator.* Nature, vol. 450, no. 7173, pages 1214–1217, 2007. (Cited on pages 14, 36 and 124.)
- [Descalzi 2011] Orazio Descalzi, Marcel G. Clerc, Stefania Residori and Gaetano Assanto. *Localized states in physics : Solitons and patterns.* Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2011. (Cited on page 12.)
- [Fauve 1990] S. Fauve and O. Thual. *Solitary waves generated by subcritical instabilities in dissipative systems.* Phys. Rev. Lett., vol. 64, pages 282–284, Jan 1990. (Cited on page 12.)
- [Filatrella 2007] G. Filatrella, N. F. Pedersen and K. Wiesenfeld. *Generalized coupling in the Kuramoto model.* Phys. Rev. E, vol. 75, page 017201, Jan 2007. (Cited on page 4.)
- [Firth 1996] W. J. Firth and A. J. Scroggie. *Optical Bullet Holes : Robust Controllable Localized States of a Nonlinear Cavity.* Phys. Rev. Lett., vol. 76, pages 1623–1626, Mar 1996. (Cited on pages 12, 13 and 114.)
- [Firth 2010] William Firth. *Temporal cavity solitons : Buffering optical data.* Nat Photon, vol. 4, no. 7, pages 415–417, 07 2010. (Cited on page 12.)

- [Genevet 2008] P. Genevet, S. Barland, M. Giudici and J. R. Tredicce. *Cavity Soliton Laser Based on Mutually Coupled Semiconductor Microresonators*. Phys. Rev. Lett., vol. 101, page 123905, Sep 2008. (Cited on pages 15 and 22.)
- [Genevet 2009] P. Genevet, S. Barland, M. Giudici and J. R. Tredicce. *Stationary localized structures and pulsing structures in a cavity soliton laser*. Phys. Rev. A, vol. 79, page 033819, Mar 2009. (Cited on pages vii, 15 and 29.)
- [Genevet 2010a] P. Genevet, S. Barland, M. Giudici and J. R. Tredicce. *Bistable and Addressable Localized Vortices in Semiconductor Lasers*. Phys. Rev. Lett., vol. 104, page 223902, Jun 2010. (Cited on page 25.)
- [Genevet 2010b] P. Genevet, M. Turconi, S. Barland, M. Giudici and J. R. Tredicce. *Mutual coherence of laser solitons in coupled semiconductor resonators*. The European Physical Journal D, vol. 59, no. 1, pages 109–114, 2010. (Cited on page 26.)
- [Giacomelli 1994] G. Giacomelli, R. Meucci, A. Politi and F. T. Arecchi. *Defects and Spacelike Properties of Delayed Dynamical Systems*. Phys. Rev. Lett., vol. 73, pages 1099–1102, Aug 1994. (Cited on page 132.)
- [Giacomelli 2012] Giovanni Giacomelli, Francesco Marino, Michael A. Zaks and Serhiy Yanchuk. *Coarsening in a bistable system with long-delayed feedback*. EPL (Europhysics Letters), vol. 99, no. 5, page 58005, 2012. (Cited on page 73.)
- [Gil 2014] L. Gil and G. L. Lippi. *Phase Instability in Semiconductor Lasers*. Phys. Rev. Lett., vol. 113, page 213902, Nov 2014. (Cited on pages 66 and 85.)
- [Giudici 1999] M. Giudici, L. Giuggioli, C. Green and J.R. Tredicce. *Dynamical Behavior of Semiconductor Lasers with Frequency Selective Optical Feedback*. Chaos, Solitons and Fractals, vol. 10, no. 4, pages 811–818, 1999. (Cited on page 15.)
- [Goulding 2007] D. Goulding, S. P. Hegarty, O. Rasskazov, S. Melnik, M. Hartnett, G. Greene, J. G. McInerney, D. Rachinskii and G. Huyet. *Excitability in a Quantum Dot Semiconductor Laser with Optical Injection*. Phys. Rev. Lett., vol. 98, page 153903, Apr 2007. (Cited on pages 4 and 9.)
- [Grande 2009] Cristina Grande and Nipam H. Patel. *Nodal signalling is involved in left-right asymmetry in snails*. Nature, vol. 457, pages 1007–1011, 2009. (Cited on page 11.)
- [Grelu 2012] P. Grelu and N. Akhmediev. *Dissipative solitons for mode-locked lasers*. Nat Photon, vol. 6, page 84–92, 2012. (Cited on pages viii, 16 and 36.)
- [Gustave 2015] F. Gustave, L. Columbo, G. Tissoni, M. Brambilla, F. Prati, B. Kelleher, B. Tykalewicz and S. Barland. *Dissipative Phase Solitons in Semiconductor Lasers*. Phys. Rev. Lett., vol. 115, page 043902, Jul 2015. (Cited on page 100.)
- [Hachair 2006] F.; Caboche E.; Barland S.; Giudici M.; Tredicce J.R.; Prati F.; Tissoni G.; Kheradmand R.; Lugiato L.A.; Protsenko I.; Brambilla M. Hachair X.; Pedaci. *Cavity solitons in a driven VCSEL above threshold*. IEEE

- Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, vol. 12, 2006. (Cited on page 13.)
- [Haus 1991] H. A. Haus, J. G. Fujimoto and E. P. Ippen. *Structures for additive pulse mode locking*. J. Opt. Soc. Am. B, vol. 8, no. 10, pages 2068–2076, Oct 1991. (Cited on page 16.)
- [Henry 1982] C.H. Henry. *Theory of the linewidth of semiconductor lasers*. Quantum Electronics, IEEE Journal of, vol. 18, no. 2, pages 259–264, Feb 1982. (Cited on page 101.)
- [Herr 2014] T. Herr, BraschV., JostJ. D., WangC. Y., KondratievN. M., GorodetskyM. L. and KippenbergT. J. *Temporal solitons in optical microresonators*. Nat Photon, vol. 8, no. 2, pages 145–152, 2014. (Cited on pages 14, 36 and 41.)
- [Hodgkin 1952] Allan L Hodgkin and Andrew F Huxley. *The dual effect of membrane potential on sodium conductance in the giant axon of Loligo*. The Journal of physiology, vol. 116, no. 4, pages 497–506, 1952. (Cited on page 3.)
- [Jenkins 2009] S. D. Jenkins, F. Prati, L. A. Lugiato, L. Columbo and M. Brambilla. *Cavity light bullets in a dispersive Kerr medium*. Phys. Rev. A, vol. 80, page 033832, Sep 2009. (Cited on pages 21 and 42.)
- [Jimenez 2013] J Jimenez, Y Noblet, P V Paulau, D Gomila and T Ackemann. *Observation of laser vortex solitons in a self-focusing semiconductor laser*. Journal of Optics, vol. 15, no. 4, page 044011, 2013. (Cited on page 25.)
- [Kasuya 1999] Hideaki Kasuya, Masakazu Mori, Ryosuke Goto, Toshio Goto and Kazuo Yamane. *All optical mode locking of Fabry–Perot laser diode via mutual injection locking between two longitudinal modes*. Applied physics letters, vol. 75, no. 1, pages 13–15, 1999. (Cited on page 14.)
- [Kelleher 2010] B. Kelleher, D. Goulding, B. Baselga Pascual, S. P. Hegarty and G. Huyet. *Phasor plots in optical injection experiments*. Eur. Phys. J. D, vol. 58, no. 2, pages 175–179, 2010. (Cited on pages 9, 53 and 54.)
- [Kivshar 1989] Yuri S. Kivshar and Boris A. Malomed. *Dynamics of solitons in nearly integrable systems*. Rev. Mod. Phys., vol. 61, pages 763–915, Oct 1989. (Cited on page 120.)
- [Kondepudi 2001] D. K. Kondepudi and D. J. Durand. *Chiral asymmetry in spiral galaxies ?* 2001. (Cited on page 11.)
- [Kuramoto 1984] Yoshiki Kuramoto. *Chemical oscillations, waves, and turbulence*, volume 19. Springer Science & Business Media, 1984. (Cited on page 4.)
- [Lang 1980] Roy Lang and Kohroh Kobayashi. *External optical feedback effects on semiconductor injection laser properties*. Quantum Electronics, IEEE Journal of, vol. 16, no. 3, pages 347–355, 1980. (Cited on page 34.)
- [Lecaplain 2009] Caroline Lecaplain, Bülend Ortaç and Ammar Hideur. *High-energy femtosecond pulses from a dissipative soliton fiber laser*. Opt. Lett., vol. 34, no. 23, pages 3731–3733, Dec 2009. (Cited on pages 16 and 36.)

- [Leo 2010] Stephane Kockaert Pascal Gorza Simon-Pierre Emplit Philippe Haelterman Marc Leo Francois Coen. *Temporal cavity solitons in one-dimensional Kerr media as bits in an all-optical buffer*. Nat Photon, vol. 4, pages 471–476, 2010. (Cited on pages [ix](#), [14](#), [19](#), [57](#), [112](#) and [124](#).)
- [Leo 2013] François Leo, Lendert Gelens, Philippe Emplit, Marc Haelterman and Stéphane Coen. *Dynamics of one-dimensional Kerr cavity solitons*. Opt. Express, vol. 21, no. 7, pages 9180–9191, Apr 2013. (Cited on page [14](#).)
- [Longhi 1998] Stefano Longhi. *Nonlinear travelling pulses in laser injection locking*. Quantum and Semiclassical Optics : Journal of the European Optical Society Part B (1995-1998), vol. 10, no. 4, pages 617–635, 1998. (Cited on pages [93](#), [103](#), [104](#), [105](#), [107](#), [125](#) and [132](#).)
- [Lugiato 1987] L. A. Lugiato and R. Lefever. *Spatial Dissipative Structures in Passive Optical Systems*. Phys. Rev. Lett., vol. 58, pages 2209–2211, May 1987. (Cited on page [12](#).)
- [Marino 2014] Francesco Marino, Giovanni Giacomelli and Stephane Barland. *Front Pinning and Localized States Analogues in Long-Delayed Bistable Systems*. Phys. Rev. Lett., vol. 112, page 103901, Mar 2014. (Cited on pages [75](#) and [112](#).)
- [Mørk 1990] J. Mørk, J. Mark and B. Tromborg. *Route to chaos and competition between relaxation oscillations for a semiconductor laser with optical feedback*. Phys. Rev. Lett., vol. 65, pages 1999–2002, Oct 1990. (Cited on page [34](#).)
- [Naumenko 2006] Alexander Naumenko, Natalia Loiko, Markus Sondermann, Karl Jentsch and Thorsten Ackemann. *Abrupt turn-on and hysteresis in a {VCSEL} with frequency-selective optical feedback*. Optics Communications, vol. 259, no. 2, pages 823 – 833, 2006. (Cited on page [27](#).)
- [Néda 2000] Z. Néda, E. Ravasz, T. Vicsek, Y. Brechet and A. L. Barabási. *Physics of the rhythmic applause*. Phys. Rev. E, vol. 61, pages 6987–6992, Jun 2000. (Cited on page [5](#).)
- [Noether 1918] Emmy Noether. *Invariante variationsprobleme*. Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, mathematisch-physikalische Klasse, vol. 1918, pages 235–257, 1918. (Cited on page [9](#).)
- [Ohtsubo 2012] Junji Ohtsubo. *Semiconductor lasers : stability, instability and chaos*, volume 111. Springer, 2012. (Cited on page [46](#).)
- [Pedaci 2006] F. Pedaci, P. Genevet, S. Barland, M. Giudici and J. R. Tredicce. *Positioning cavity solitons with a phase mask*. Applied Physics Letters, vol. 89, no. 22, pages –, 2006. (Cited on pages [13](#) and [21](#).)
- [Pedaci 2008] F. Pedaci, S. Barland, E. Caboche, P. Genevet, M. Giudici, J. R. Tredicce, T. Ackemann, A. J. Scroggie, W. J. Firth, G.-L. Oppo, G. Tissoni and R. Jager. *All-optical delay line using semiconductor cavity solitons*. Applied Physics Letters, vol. 92, no. 1, pages –, 2008. (Cited on page [13](#).)
- [Prati 2007] F. Prati and L. Columbo. *Long-wavelength instability in broad-area semiconductor lasers*. Phys. Rev. A, vol. 75, page 053811, May 2007. (Cited on pages [100](#) and [101](#).)

- [Prati 2010] F. Prati, G. Tissoni, C. McIntyre and G. L. Oppo. *Static and dynamic properties of cavity solitons in VCSELs with optical injection*. The European Physical Journal D, vol. 59, no. 1, pages 139–147, 2010. (Cited on pages 100 and 101.)
- [Radwell 2010] N. Radwell, C. McIntyre, A. J. Scroggie, G. L. Oppo, W. J. Firth and T. Ackemann. *Switching spatial dissipative solitons in a VCSEL with frequency selective feedback*. The European Physical Journal D, vol. 59, no. 1, pages 121–131, 2010. (Cited on page 25.)
- [Renninger 2008] W. H. Renninger, A. Chong and F. W. Wise. *Dissipative solitons in normal-dispersion fiber lasers*. Phys. Rev. A, vol. 77, page 023814, Feb 2008. (Cited on page 16.)
- [Rosanov 2002] N. N. Rosanov. *Spatial hysteresis and optical patterns*. Springer Berlin Heidelberg, 2002. (Cited on page 12.)
- [Rubinstein 1970] Julio Rubinstein. *Sine-Gordon Equation*. Journal of Mathematical Physics, vol. 11, no. 1, pages 258–266, 1970. (Cited on page 9.)
- [Shraiman 1992] B.I. Shraiman, A. Pumir, W. van Saarloos, P.C. Hohenberg, H. Chaté and M. Holen. *Spatiotemporal chaos in the one-dimensional complex Ginzburg-Landau equation*. Physica D : Nonlinear Phenomena, vol. 57, no. 3–4, pages 241 – 248, 1992. (Cited on page 6.)
- [Siegman 1986] Anthony E Siegman. *Lasers* university science books, volume 37. 1986. (Cited on page 50.)
- [Solli 2007] D. R. Solli, C. Ropers, P. Koonath and B. Jalali. *Optical rogue waves*. Nature, vol. 450, pages 1054–1057, 12 2007. (Cited on page 78.)
- [Sorel 2002] M. Sorel, P. J. R. Laybourn, A. Scirè, S. Balle, G. Giuliani, R. Miglierina and S. Donati. *Alternate oscillations in semiconductor ring lasers*. Opt. Lett., vol. 27, no. 22, pages 1992–1994, Nov 2002. (Cited on page 48.)
- [Soto-Crespo 2011] J. M. Soto-Crespo, Ph. Grelu and Nail Akhmediev. *Dissipative rogue waves : Extreme pulses generated by passively mode-locked lasers*. Phys. Rev. E, vol. 84, page 016604, Jul 2011. (Cited on page 78.)
- [Spinelli 1998] L. Spinelli, G. Tissoni, M. Brambilla, F. Prati and L. A. Lugiato. *Spatial solitons in semiconductor microcavities*. Phys. Rev. A, vol. 58, pages 2542–2559, Sep 1998. (Cited on page 13.)
- [Tanguy 2006] Y. Tanguy, T. Ackemann and R. Jäger. *Characteristics of bistable localized emission states in broad-area vertical-cavity surface-emitting lasers with frequency-selective feedback*. Phys. Rev. A, vol. 74, page 053824, Nov 2006. (Cited on pages 15, 17, 22 and 124.)
- [Tanguy 2007] Y. Tanguy, T. Ackemann and R. Jäger. *Characteristics of switching dynamics in a semiconductor-based cavity-soliton laser*. Opt. Express, vol. 15, no. 25, pages 16773–16780, Dec 2007. (Cited on pages 15, 17 and 21.)
- [Tanguy 2008a] Y. Tanguy, T. Ackemann, W. J. Firth and R. Jäger. *Realization of a Semiconductor-Based Cavity Soliton Laser*. Phys. Rev. Lett., vol. 100, page 013907, Jan 2008. (Cited on pages vii, 15, 27 and 38.)

- [Tanguy 2008b] Y. Tanguy, N. Radwell, T. Ackemann and R. Jäger. *Characteristics of cavity solitons and drifting excitations in broad-area vertical-cavity surface-emitting lasers with frequency-selective feedback*. Phys. Rev. A, vol. 78, page 023810, Aug 2008. (Cited on pages [vii](#) and [15](#).)
- [Tierno 2012] A. Tierno, F. Gustave and S. Barland. *Class A mode-locked semiconductor ring laser*. Opt. Lett., vol. 37, no. 11, pages 2004–2006, Jun 2012. (Cited on page [50](#).)
- [Tlidi 2014] M. Tlidi, K. Staliunas, K. Panajotov, A. G. Vladimirov and M. G. Clerc. *Localized structures in dissipative media : from optics to plant ecology*. Philosophical Transactions of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences, vol. 372, no. 2027, 2014. (Cited on page [12](#).)
- [Turing 1952] A. M. Turing. *The Chemical Basis of Morphogenesis*. Philosophical Transactions of the Royal Society of London B : Biological Sciences, vol. 237, no. 641, pages 37–72, 1952. (Cited on page [46](#).)
- [Walczak 2015] Pierre Walczak, Stéphane Randoux and Pierre Suret. *Optical Rogue Waves in Integrable Turbulence*. Phys. Rev. Lett., vol. 114, page 143903, Apr 2015. (Cited on page [78](#).)
- [Zamora-Munt 2013] Jordi Zamora-Munt, Bruno Garbin, Stéphane Barland, Massimo Giudici, Jose R. Rios Leite, Cristina Masoller and Jorge R. Tredicce. *Rogue waves in optically injected lasers : Origin, predictability, and suppression*. Phys. Rev. A, vol. 87, page 035802, Mar 2013. (Cited on page [78](#).)
- [Zhang 2010] Han Zhang, Dingyuan Tang, R. J. Knize, Luming Zhao, Qiaoliang Bao and Kian Ping Loh. *Graphene mode locked, wavelength-tunable, dissipative soliton fiber laser*. Applied Physics Letters, vol. 96, no. 11, 2010. (Cited on page [16](#).)

Résumé :

Les solitons dissipatifs (SD) sont des paquets d'onde auto-localisés qui apparaissent dans les systèmes dissipatifs spatialement étendus. En optique, tous les SD observés jusqu'à présent dans des systèmes propagatifs peuvent être classés en deux catégories, suivant la présence ou non d'un forçage externe, *i.e.* si la symétrie de phase est brisée ou non. Dans les systèmes forcés, les DS sont accrochés en phase au forçage alors que sans forçage, leur phase est libre et peu dériver en fonction du temps. Dans cette thèse nous étudions la formation d'états localisés propagatifs dans deux systèmes expérimentaux qui diffèrent fondamentalement par la présence ou l'absence d'un forçage externe.

Le premier système est un laser à semi-conducteur à cavité verticale (VCSEL) soumis à une boucle de rétro-action sélective en fréquence, qui accueille des DS se formant dans la dimension transverse à la propagation (2D). Nous analysons comment la synchronisation des fréquences longitudinales du système (verrouillage modal) peut mener à la formation d'un état localisé dans les trois dimensions : *balles de lumière*.

Le deuxième système est un laser en anneau à semi-conducteur fortement multi-mode le long de la propagation, et forcé par une injection externe. Lorsque le forçage est légèrement désaccordé de la fréquence naturelle du système, il est possible d'observer des états localisés constitués par un tour de phase de 2π , immergés dans l'état homogène (synchronisé). Nous reportons ainsi la première observations de SD qui se forment dans la phase de l'onde optique : *solitons de phase dissipatifs*.

MOTS-CLES : Dynamique non linéaire, lasers à semi-conducteur, synchronisation, solitons dissipatifs, Verrouillage de mode, solitons de phase dissipatifs, solitons de cavité

Abstract :

Dissipative solitons (DS) are self-localized wave-packets appearing in spatially extended dissipative systems. In optics, all the DS that have been observed in propagative systems can be cast in two categories, depending on the presence or absence of an external forcing, *i.e.* the phase symmetry is broken or not. In forced systems, DS are locked in phase to forcing whereas without forcing, their phase is free and can wander in the course of time. In this thesis, we study the formation of propagative DS in two different experimental systems that fundamentally differ from the presence or lack of an external forcing.

The first one is a Vertical Cavity Surface Emitting Laser (VCSEL) submitted to a frequency selective feedback, in which DS form in the transverse plane of the system (2D). We analyze how the synchronization of the longitudinal frequencies (mode-locking) can give rise to three-dimensional localization of light : *light bullets*.

The second system is a highly multimode semiconductor ring laser with external forcing, whose spatial extension takes place along the propagation dimension. When the forcing frequency is slightly detuned from the natural frequency of the system, we can see the appearance of self-confined 2π phase rotations embedded in a homogeneous (synchronized) state. We then report on the first observation of DS that form in the phase of the optical wave : *dissipative phase solitons*.

KEY-WORDS : Nonlinear dynamics, semiconductor lasers, synchronization, dissipative solitons, mode-locking, dissipative phase solitons, cavity solitons